

エクセルを用いた行列計算による陰解法

陰解法における解法公式

$$u_{0,n} = -2 \frac{m_1}{c\rho} r \Delta x u_{ext1} + \left(1 + 2 \frac{m_1}{c\rho} r \Delta x + 2 \frac{\kappa}{c\rho} r \right) u_{0,n+1} - 2 \frac{\kappa}{c\rho} r u_{1,n+1} \quad (1)$$

$$u_{i,n} = -\frac{\kappa}{c\rho} r u_{i-1,n+1} + \left(1 + 2 \frac{\kappa}{c\rho} r \right) u_{i,n+1} - \frac{\kappa}{c\rho} r u_{i+1,n+1} \quad (2)$$

$$u_{M,n} = -2 \frac{\kappa}{c\rho} r u_{M-1,n+1} + \left(1 + 2 \frac{m_2}{c\rho} r \Delta x + 2 \frac{\kappa}{c\rho} r \right) u_{M,n+1} - 2 \frac{m_2}{c\rho} r \Delta x u_{ext2} \quad (3)$$

式(1), (2), (3)をまとめて行列表示すると,

$$\begin{pmatrix} 1 + 2 \frac{\kappa}{c\rho} r + 2 \frac{m_1}{c\rho} r \Delta x & -2 \frac{\kappa}{c\rho} r & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{\kappa}{c\rho} r & 1 + 2 \frac{\kappa}{c\rho} r & -\frac{\kappa}{c\rho} r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\kappa}{c\rho} r & 1 + 2 \frac{\kappa}{c\rho} r & -\frac{\kappa}{c\rho} r & \ddots & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & -\frac{\kappa}{c\rho} r & 1 + 2 \frac{\kappa}{c\rho} r & -\frac{\kappa}{c\rho} r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\kappa}{c\rho} r & 1 + 2 \frac{\kappa}{c\rho} r & -\frac{\kappa}{c\rho} r \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & -2 \frac{\kappa}{c\rho} r & 1 + 2 \frac{\kappa}{c\rho} r + 2 \frac{m_2}{c\rho} r \Delta x \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u_{0,n+1} \\ u_{1,n+1} \\ u_{2,n+1} \\ \vdots \\ u_{i,n+1} \\ \vdots \\ u_{M-1,n+1} \\ u_{M,n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{0,n} \\ u_{1,n} \\ u_{2,n} \\ \vdots \\ u_{i,n} \\ \vdots \\ u_{M-1,n} \\ u_{M,n} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 2 \frac{m_1}{c\rho} r \Delta x u_{ext1} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 2 \frac{m_2}{c\rho} r \Delta x u_{ext2} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式(4)を以下のように書き改めるとする.

$$[K]\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + \{u_{ext}\}$$

$$\therefore \{u_{n+1}\} = [K]^{-1} [\{u_n\} + \{u_{ext}\}]$$

(5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	壁の厚さ l	1		[K]										
2	壁厚の分割数 M	10		2.2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	時間の分割数 Δt	0.005		-0.5	2	-0.5	0	0	0	0	0	0	0	0
4	初期条件 u_0	1		0	-0.5	2	-0.5	0	0	0	0	0	0	0
5	外気温 u_{ext1}	0		0	0	-0.5	2	-0.5	0	0	0	0	0	0
6	外気温 u_{ext2}	2		0	0	0	-0.5	2	-0.5	0	0	0	0	0
7	材料の密度 c	1		0	0	0	0	-0.5	2	-0.5	0	0	0	0
8	比熱 ρ	1		0	0	0	0	0	-0.5	2	-0.5	0	0	0
9	熱伝達率 α	1		0	0	0	0	0	0	-0.5	2	-0.5	0	0
10	熱伝達係数 m_1	2		0	0	0	0	0	0	0	-0.5	2	-0.5	0
11	熱伝達係数 m_2	2		0	0	0	0	0	0	0	0	-0.5	2	-0.5
12				0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	2.2
13	Δx	0.1		[K] ⁻¹										
14	r	0.5		0.5175847	0.2773728	0.0743218	0.0199145	0.0053361	0.0014298	0.0003831	0.0001027	2.762E-05	7.79E-06	1.77E-06
15	$1+2\alpha r l c l p + 2m_1 r \Delta x l c l p$	2.2		0.1386864	0.6102202	0.163508	0.0438118	0.0117393	0.0031456	0.0008429	0.0002259	6.076E-05	1.714E-05	3.895E-06
16	$1+2\alpha r l c l p + 2m_2 r \Delta x l c l p$	2.2		0.0371609	0.163508	0.5797102	0.1553329	0.0416213	0.0111524	0.0029883	0.0008009	0.0002154	6.076E-05	1.381E-05
17	$-2\alpha r l c l p$	-1		0.0099572	0.0438118	0.1553329	0.5775197	0.154746	0.0414641	0.0111105	0.0029779	0.0008009	0.0002259	5.134E-05
18	$-\alpha r l c l p$	-0.5		0.002668	0.0117393	0.0416213	0.154746	0.5773625	0.154704	0.0414536	0.0111105	0.0029883	0.0008429	0.0001916
19	$1+2\alpha r l c l p$	2		0.0007149	0.0031456	0.0111524	0.0414641	0.154704	0.577352	0.154704	0.0414641	0.0111524	0.0031456	0.0007149
20	$2m_1 r \Delta x u_{ext1} l c l p$	0		0.0001916	0.0008429	0.0029883	0.0111105	0.0414536	0.154704	0.5773625	0.154746	0.0416213	0.0117393	0.002668
21	$2m_2 r \Delta x u_{ext2} l c l p$	0.4		5.134E-05	0.0002259	0.0008009	0.0029779	0.0111105	0.0414641	0.154746	0.5775197	0.1553329	0.0438118	0.0099572
22				1.381E-05	6.076E-05	0.0002154	0.0008009	0.0029883	0.0111524	0.0416213	0.1553329	0.5797102	0.163508	0.0371609
23				3.895E-06	1.714E-05	6.076E-05	0.0002259	0.0008429	0.0031456	0.0117393	0.0438118	0.163508	0.6102202	0.1386864
24				1.77E-06	7.79E-06	2.762E-05	0.0001027	0.0003831	0.0014298	0.0053361	0.0199145	0.0743218	0.2773728	0.5175847

ヒント

セル D14 の数式 : = {MINVERSE(\$D\$2:\$N\$12)}

	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
1	$\{u_{n+1}\} = [K]^{-1}[\{u_n\} + \{u_{env}\}]$												
2	t												
3		0	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05	
4	x	0	1	0.8964834	0.8346182	0.7924949	0.7608165	0.7353263	0.7138956	0.695358	0.6790166	0.6644229	0.6512702
5		0.1	1	0.9722635	0.9396766	0.9088706	0.8813015	0.8569012	0.8352441	0.815892	0.7984785	0.7827138	0.7683715
6		0.2	1	0.9925706	0.9795612	0.9636344	0.9466481	0.9296757	0.9132782	0.8977219	0.8831133	0.8694754	0.8567881
7		0.3	1	0.9980188	0.993427	0.9865448	0.9780222	0.9685055	0.9585174	0.9484391	0.9385311	0.928961	0.9198303
8		0.4	1	0.9995047	0.9981091	0.9956907	0.9923509	0.9883018	0.9837803	0.9789999	0.9741327	0.9693066	0.9646109
9		0.5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10		0.6	1	1.0004953	1.0018909	1.0043093	1.0076491	1.0116982	1.0162197	1.0210001	1.0258673	1.0306934	1.0353891
11		0.7	1	1.0019812	1.006573	1.0134552	1.0219778	1.0314945	1.0414826	1.0515609	1.0614689	1.071039	1.0801697
12		0.8	1	1.0074294	1.0204388	1.0363656	1.0533519	1.0703243	1.0867218	1.1022781	1.1168867	1.1305246	1.1432119
13		0.9	1	1.0277365	1.0603234	1.0911294	1.1186985	1.1430988	1.1647559	1.184108	1.2015215	1.2172862	1.2316285
14	1	1	1.1035166	1.1653818	1.2075051	1.2391835	1.2646737	1.2861044	1.304642	1.3209834	1.3355771	1.3487298	
15	$\{u_n\} + \{u_{env}\}$												
16	t												
17		0	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05	
18	x	0	1	0.8964834	0.8346182	0.7924949	0.7608165	0.7353263	0.7138956	0.695358	0.6790166	0.6644229	0.6512702
19		0.1	1	0.9722635	0.9396766	0.9088706	0.8813015	0.8569012	0.8352441	0.815892	0.7984785	0.7827138	0.7683715
20		0.2	1	0.9925706	0.9795612	0.9636344	0.9466481	0.9296757	0.9132782	0.8977219	0.8831133	0.8694754	0.8567881
21		0.3	1	0.9980188	0.993427	0.9865448	0.9780222	0.9685055	0.9585174	0.9484391	0.9385311	0.928961	0.9198303
22		0.4	1	0.9995047	0.9981091	0.9956907	0.9923509	0.9883018	0.9837803	0.9789999	0.9741327	0.9693066	0.9646109
23		0.5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
24		0.6	1	1.0004953	1.0018909	1.0043093	1.0076491	1.0116982	1.0162197	1.0210001	1.0258673	1.0306934	1.0353891
25		0.7	1	1.0019812	1.006573	1.0134552	1.0219778	1.0314945	1.0414826	1.0515609	1.0614689	1.071039	1.0801697
26		0.8	1	1.0074294	1.0204388	1.0363656	1.0533519	1.0703243	1.0867218	1.1022781	1.1168867	1.1305246	1.1432119
27		0.9	1	1.0277365	1.0603234	1.0911294	1.1186985	1.1430988	1.1647559	1.184108	1.2015215	1.2172862	1.2316285
28	1	1.4	1.5035166	1.5653818	1.6075051	1.6391835	1.6646737	1.6861044	1.704642	1.7209834	1.7355771	1.7487298	

ヒント

セル R18 の数式：=R4+\$B\$20

セル S4 の数式：={MMULT(\$D\$14:\$N\$24,R\$18:R\$28)}

行列演算の例

(1) 逆行列

1) 逆行列の値を出力したいセル (A7:C9) を選択する .

	A	B	C	D	E
1	A				y
2	1	2	3		1
3	6	4	5		2
4	8	9	7		3
5					
6	A ⁻¹				Ay
7					
8					
9					
10					

2) [挿入] [関数]をクリックし、「MINVERSE」を選択する .

逆行列を求めたい行列の範囲 (A2:C4) を選び, [Ctrl]と[Shift]キーを押しながら[Enter]を押す .

MINVERSE

配列 = {1,2,3;6,4,5;8,9,7}

= {-0.377777777777778,0.28888889,-0.04444444;-0.04444444,-0.37777778,0.28888889;0.48888889,0.15555556,-0.17777778}

配列の逆行列を返します。

配列 には行数と列数が等しい数値配列 (正方形行列) を指定します。

数式の結果 = -0.377777778

OK キャンセル

(2) 行列とベクトルの積

1) 行列とベクトルの積の値を出力したいセル (E7:E9) を選択する .

	A	B	C	D	E
1	A				y
2	1	2	3		1
3	6	4	5		2
4	8	9	7		3
5					
6	A ⁻¹				Ay
7	-0.377778	0.2888889	-0.044444		
8	-0.044444	-0.377778	0.2888889		
9	0.4888889	0.1555556	-0.177778		
10					

2) [挿入] [関数]をクリックし、「MMULT」を選択する .

行列とベクトルの積を求めたい行列とベクトルの範囲(A2:C4 および E2:E4) を選び, [Ctrl]と[Shift]キーを押しながら[Enter]を押す .

MMULT

配列1 = {1,2,3;6,4,5;8,9,7}

配列2 = {1,2,3}

= {14,29,47}

2 つの配列の積を返します。

配列2 には積を求めたい配列を指定します。

数式の結果 = 14

OK キャンセル