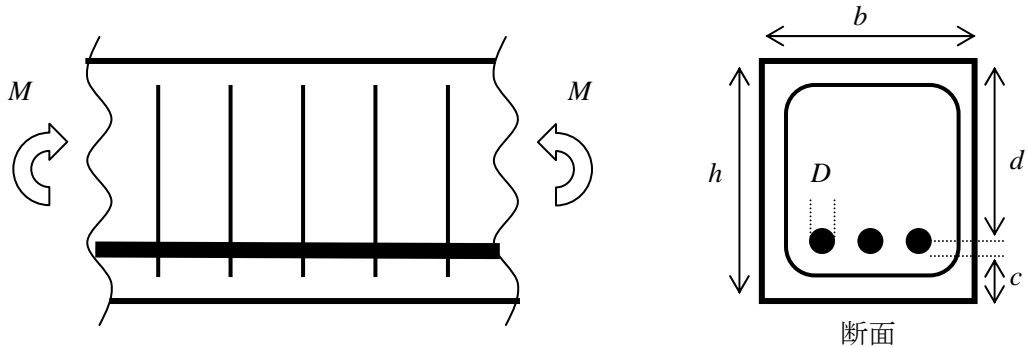


鉄筋コンクリートはりの曲げに関する計算問題集

問題 1 : 曲げモーメントを受ける下図の鉄筋コンクリートはりについて答えよ。



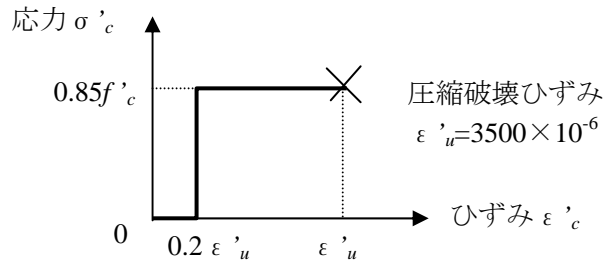
寸法など

材料の物性値

$b=400 \text{ mm}$ $h=500 \text{ mm}$ $d=400 \text{ mm}$ $D=35 \text{ mm}$ (鉄筋径)

コンクリートの曲げ引張強度 $f_b=5.5 \text{ N/mm}^2$ コンクリートの圧縮強度 $f'_c=40 \text{ N/mm}^2$ コンクリートの弾性係数 $E_c=2.9 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$ 鉄筋の降伏強度 $f_y=400 \text{ N/mm}^2$ 鉄筋の弾性係数 $E_s=2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$
--

- (1) 鉄筋比 p は何%か.
- (2) 曲げひび割れ発生モーメント M_{cr} を計算せよ.
- (3) 底面の純かぶり c はどれだけか.
- (4) $M=250 \text{ kN}\cdot\text{m}$ の曲げモーメントが作用するとき, 鉄筋の応力 σ_s を計算せよ.
- (5) 曲げ耐力 M_u を計算せよ. コンクリートの応力-ひずみ関係は以下を用いてよい.



曲げ耐力計算用のコンクリートの応力-ひずみ関係

【答】

(1) 鉄筋比 $p = \frac{A_s}{bd} = \frac{3\pi(D/2)^2}{bd} = \frac{2890}{160000} = 0.0181$ **答 : 1.8%**

(2) 曲げひび割れ発生前は, 鉄筋を無視し, コンクリートが全断面有効の弾性はりと考えてよい. 下縁の応力がコンクリートの曲げ引張強度に達する条件から,

$$M_{cr} = \frac{f_b I}{h/2} = \frac{f_b \cdot bh^3/12}{h/2} = 9.166 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{mm} \quad \text{答 : 91.7 kN}\cdot\text{m}$$

(3) 純かぶり $c=h-d-D/2=82.5$ **答 : 82.5 mm**

(4) $M>91.7\text{kN}\cdot\text{m}$ であるので曲げひび割れ発生後である. 鉄筋が降伏していないと仮定すると,

上縁から中立軸までの距離は, $z_n = \frac{A_s E_s}{b E_c} \left(-1 + \sqrt{1 + 2 \frac{b d E_c}{A_s E_s}} \right) = 158.9 \text{ mm}$

鉄筋の応力は, $\sigma_s = \frac{M}{A_s (d - z_n / 3)} = 249.3 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_s < f_y$ であるのでたしかに降伏していない。

答 : 249 N/mm²

(5) 破壊モードが曲げ引張破壊であると仮定すると,

上縁から中立軸までの距離は $z_n = \frac{A_s f_y}{0.68 f'_c b} = 106.25 \text{ mm}$,

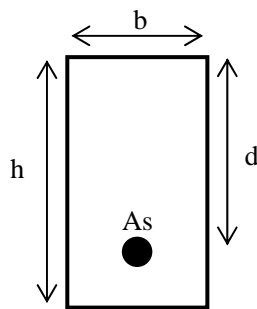
曲げ耐力 $M_u = A_s f_y (d - 0.4 z_n) = 4.133 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{mm}$,

このとき鉄筋ひずみは $\varepsilon_s = \varepsilon'_u \frac{d - z_n}{z_n} = 9670 \times 10^{-6} > \varepsilon_y \left(= \frac{f_y}{E_s} = 1900 \times 10^{-6} \right)$ であり, た

しかに降伏しているので, 曲げ引張破壊である。

答 : 413 kN·m

問題 2 : 下図の断面を持つ鉄筋コンクリートはりに曲げモーメントが作用したときの挙動について, 以下の問いに答えよ。ただし, せん断破壊しないようにせん断補強鉄筋が適切に配置されているものとする。



はりの断面

$b=200 \text{ mm}$, $d=300 \text{ mm}$, $h=350 \text{ mm}$, $A_s=1000 \text{ mm}^2$
 コンクリートの圧縮強度 $f'_c=30 \text{ N/mm}^2$
 コンクリートの弾性係数 $E_c=2.5 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$
 鉄筋の降伏強度 $f_y=400 \text{ N/mm}^2$
 鉄筋の弾性係数 $E_s=2.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$

(1) 主鉄筋が降伏するときの曲げモーメント M_y を求めよ。

(2) 断面の曲げ耐力 M_u を求めよ。コンクリートの応力-ひずみ関係は問題 1 の (5) と同じものを用いてよい。

【答】

(1) 上縁から中立軸までの距離は, $z_n = \frac{A_s E_s}{b E_c} \left(-1 + \sqrt{1 + 2 \frac{b d E_c}{A_s E_s}} \right) = 120 \text{ mm}$

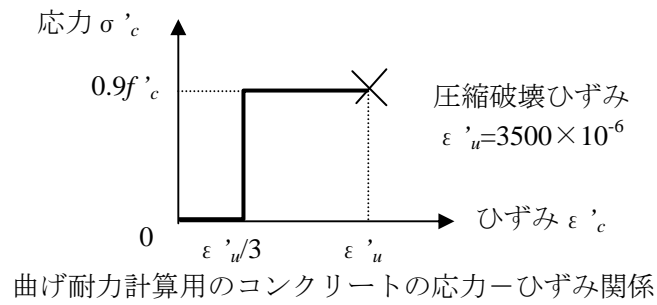
鉄筋降伏時のモーメントは, $M_y = A_s f_y (d - z_n / 3) = 104 \text{ kN} \cdot \text{m}$

答 : 104 kN·m

(2) 解き方は問題 1 の (5) と同じ。

答 : 104 kN·m

問題 3 : 問題 2 と諸条件が同じで、コンクリートの応力-ひずみ関係が下図である場合、断面の曲げ耐力 M_u を求めよ。



【答】

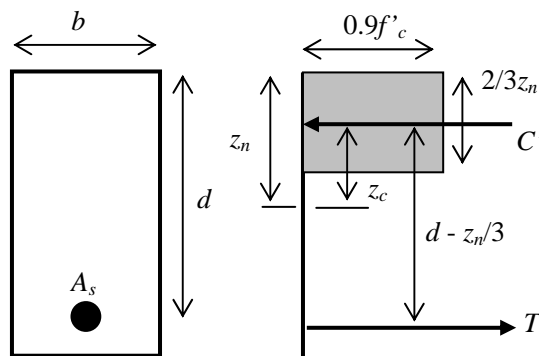
曲げ引張破壊であると仮定する。

下図を参照して、コンクリートの圧縮力 C' は、 $C' = b \cdot \frac{2}{3} z_n \cdot 0.9f'_c$

中立軸から圧縮力の作用中心までの距離 z_c は、 $z_c = \frac{2}{3} z_n$ となる。

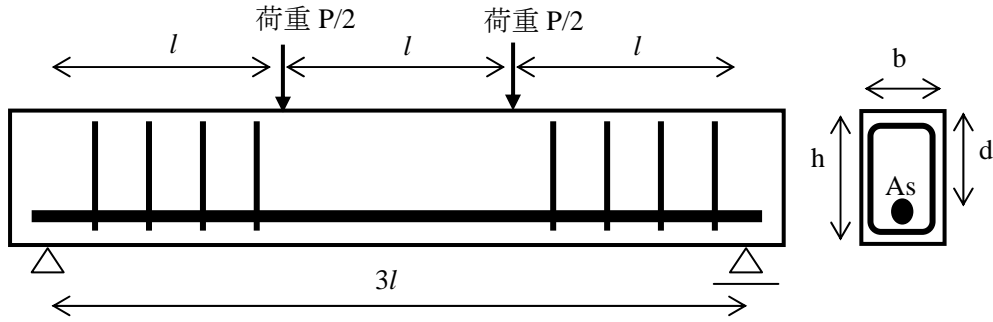
これらより、 $z_n = \frac{A_s f_y}{0.6 f'_c b} = 111 \text{ mm}$ 、 $M_u = A_s f_y (d - z_n/3) = 105 \text{ kN} \cdot \text{m}$

答 : 105 kN·m



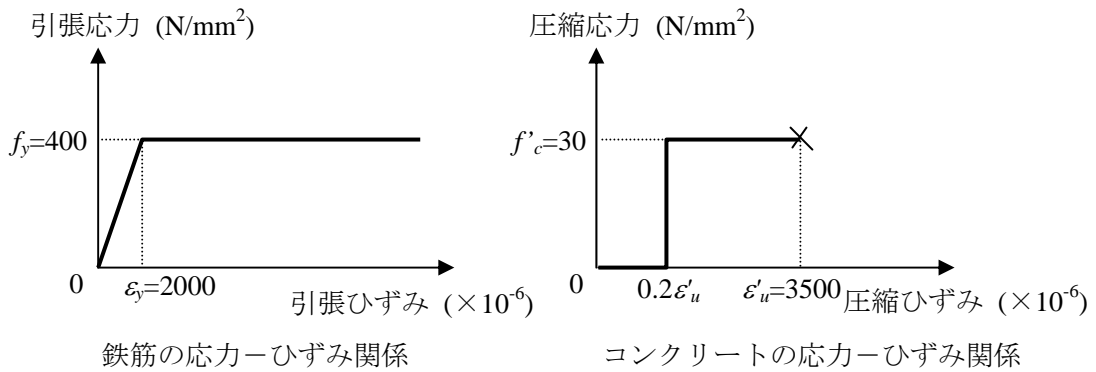
破壊モードの検証は省略。

問題 4 : 下図の鉄筋コンクリートはり部材について以下の問いに答えよ。



$l=800\text{mm}, h=300\text{mm}, d=250\text{mm}, b=100\text{mm}, A_s=300\text{mm}^2$

- (1) 鉄筋比を求めよ。
- (2) コンクリートの曲げ引張強度が $f_b=5.0\text{N/mm}^2$ であるとする。この鉄筋コンクリートはりの曲げひび割れ発生荷重 P を求めよ。
- (3) 荷重を増加させて行くと、はりが破壊した。破壊荷重 P を求めよ。鉄筋とコンクリートの応力-ひずみ関係は下図とする。



【答】

(1) $p = \frac{A_s}{bd} = 0.012$

答 : 1.2%

(2) $M_{cr} = \frac{f_b I}{h/2} = 7.5 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}, P_{cr} = 2 \frac{M_{cr}}{l} = 18.75 \text{ kN}$

答 : 18.8 kN·m

(3) 破壊モードを曲げ引張破壊と仮定する。
コンクリートの圧縮力 C' は, $C' = 0.8 \cdot f'_c \cdot b \cdot z_n$

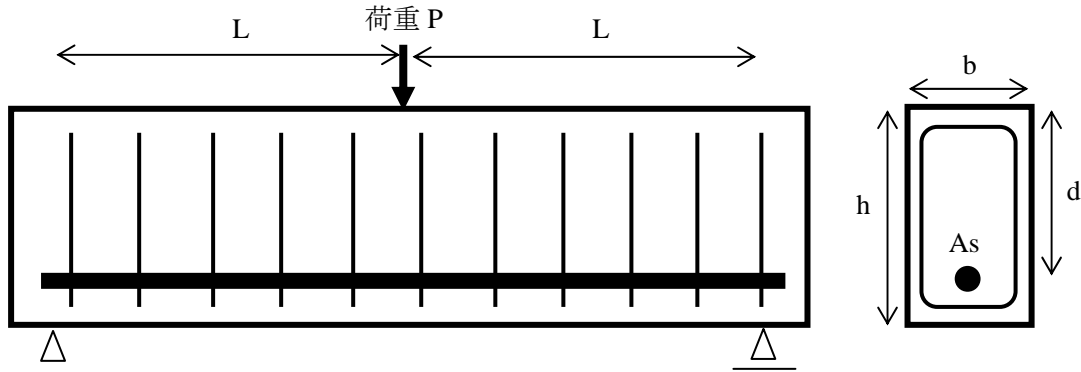
中立軸の位置は, $z_n = \frac{A_s f_y}{0.8 f'_c b} = 50 \text{ mm}$

$M_u = A_s f_y (d - 0.4 z_n) = 27.6 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}, P_u = 2 \frac{M_u}{l} = 69 \text{ kN}$

答 : 69kN·m

破壊モードの検証は省略。

問題5：下図の鉄筋コンクリートはりについて、以下の問いに答えよ。



せん断破壊しないように、せん断補強鉄筋が適切に配置されている。

寸法など

$b=250 \text{ mm}$
 $h=500 \text{ mm}$
 $d=450 \text{ mm}$
 $L=2000 \text{ mm}$
 $A_s=2500 \text{ mm}^2$

材料の物性値

コンクリートの曲げ引張強度 $f_t=6.0 \text{ N/mm}^2$
 コンクリートの圧縮強度 $f_c=35 \text{ N/mm}^2$
 コンクリートの弾性係数 $E_c=2.8 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$
 鉄筋の降伏強度 $f_y=400 \text{ N/mm}^2$
 鉄筋の弾性係数 $E_s=2.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$

曲げ耐力計算用のコンクリートの応力-ひずみ関係は問題1の(5)と同じものを用いてよい。

- (1) 鉄筋比 p を計算せよ。
- (2) 鉄筋比が釣りあい鉄筋比より小さいことを示せ。
- (3) 曲げひび割れが発生するときの荷重 P_{cr} を計算せよ。
- (4) 主鉄筋が降伏するときの荷重 P_y を計算せよ。
- (5) はりの破壊荷重 P_u を計算せよ。

【答】

(1) 2.2%

(2) 与えられたコンクリートの応力-ひずみ関係を用いて計算される釣りあい鉄筋比は

$$p_b = \frac{f'_c}{f_y} \frac{0.68}{1 + \varepsilon_y / \varepsilon'_u} = 0.0379 = 3.8\% > 2.2\% . \text{ よって、このはりの鉄筋比は釣りあい鉄筋比よ}$$

りも小さい。

(3) 62.5kN

(4) 386kN

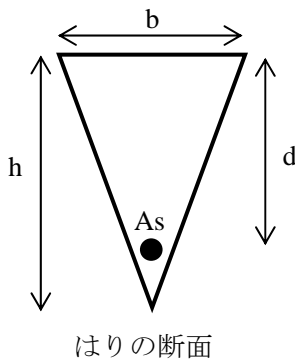
(5) 383kN

問題6：問題5のはりと諸条件が同じであるが、鉄筋の断面積が $A_s=5000 \text{ mm}^2$ であるはりの破壊荷重を求めよ。

【答】鉄筋比が釣りあい鉄筋比よりも大きいので、破壊モードは曲げ圧縮破壊となる。

終局時においても鉄筋が降伏していないので、鉄筋の応力はひずみの関数として $\sigma_s = E_s \varepsilon_s$ で表される。その他の式は曲げ引張破壊の場合と同様に成立する。中立軸の位置を求める(この場合も二次式を解くことになる)と $z_n=298 \text{ mm}$ 。よって、 $M_u=587 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 、 $P_u=587 \text{ kN}$

問題 7 : 下図の断面を持つ鉄筋コンクリートはりの曲げ耐力 M_u を求めよ. コンクリートの応力-ひずみ関係は**問題 1**の(5)と同じものを用いてよい.



$b=300\text{mm}$, $d=300\text{mm}$, $h=400\text{mm}$, $A_s=1200\text{mm}^2$
コンクリートの圧縮強度 $f'_c=30\text{ N/mm}^2$
コンクリートの弾性係数 $E_c=2.5 \times 10^4\text{ N/mm}^2$
鉄筋の降伏強度 $f_y=400\text{ N/mm}^2$
鉄筋の弾性係数 $E_s=2.0 \times 10^5\text{ N/mm}^2$

はりの断面

【答】 破壊モードが曲げ引張破壊であると仮定する. コンクリートの圧縮合力 C' とその作用中心 z_c が矩形断面の場合と異なることに注意する.

$$C' = \int_A \sigma'_c(z) dA = \int_{0.2z_n}^{z_n} 0.85 f'_c \cdot b \frac{h - z_n + x}{h} dx = \dots = 0.68 f'_c b z_n \left(1 - 0.4 \frac{z_n}{h} \right)$$

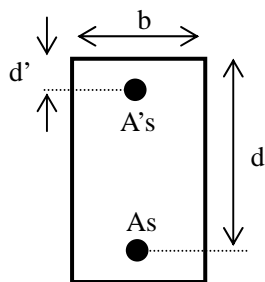
$$T = C' \text{ より } z_n = 85.8\text{mm}$$

$$z_c = \frac{\int_A \sigma'_c(z) z dA}{\int_A \sigma'_c(z) dA} = \dots = \frac{0.408 f'_c b z_n^2 \left(1 - 0.311 \frac{z_n}{h} \right)}{0.68 f'_c b z_n \left(1 - 0.4 \frac{z_n}{h} \right)} = 52.6\text{mm}$$

$$M_u = T(z_c + d - z_n) = \underline{128\text{kN}\cdot\text{m}}$$

このとき鉄筋のひずみは, $\epsilon_s = \epsilon'_u \frac{d - z_n}{z_n} = 8738 \times 10^{-6} > \epsilon_y$ であり確かに降伏しているの
で曲げ引張破壊である.

問題 8 : 圧縮側にも鉄筋が配置された下図の断面を持つ鉄筋コンクリートはりの曲げ耐力 M_u を求めよ. コンクリートの応力-ひずみ関係は**問題 1**の(5)と同じものを用いてよい.



$b=150\text{mm}$, $d=300\text{mm}$, $d'=30\text{mm}$, $A_s=1200\text{mm}^2$, $A'_s=200\text{mm}^2$
コンクリートの圧縮強度 $f'_c=30\text{ N/mm}^2$
コンクリートの弾性係数 $E_c=2.5 \times 10^4\text{ N/mm}^2$
鉄筋の降伏強度 $f_y=400\text{ N/mm}^2$
鉄筋の弾性係数 $E_s=2.0 \times 10^5\text{ N/mm}^2$

はりの断面

【答】 終局時には圧縮鉄筋も引張鉄筋も降伏していると仮定する. 圧縮鉄筋の圧縮力を C'_s と書くと, 終局時における断面内の軸方向力のつりあい ($0 = T - C'_s - C'$) より, $z_n = 130.7\text{mm}$. 曲げ耐力は $M_u = T(d - z_n) + C'_s(z_n - d') + C' \cdot 0.6z_n = \underline{121\text{kN}\cdot\text{m}}$. このとき, 圧縮鉄筋のひずみは

$$\epsilon'_s = \epsilon'_u \frac{z_n - d'}{z_n} = 2700 \times 10^{-6}, \text{ 引張鉄筋のひずみは } \epsilon_s = \epsilon'_u \frac{d - z_n}{z_n} = 4533 \times 10^{-6} \text{ であり,}$$

どちらも降伏しているので, 仮定は正しい.