

## § 鉄筋コンクリート棒部材の曲げ

### 1. はじめに

いよいよ本講義の主題である、鉄筋コンクリート構造の力学性状（変形・破壊挙動）の解析法に話を進める。鉄筋コンクリート部材の種類には、はり、桁、柱などの棒部材、壁、スラブなどの面部材、アンカレッジなどのマッシュブな部材などがある。また、作用する荷重の形態によって、部材の変形・破壊挙動は異なる。ここではまず、鉄筋コンクリート構造の力学性状を考える際の最も基本となる、曲げモーメントを受ける棒部材（はり）の挙動について取り上げる。

### 2. 曲げモーメントを受ける RC はりの挙動

解析法を考える前に、曲げモーメントを受ける鉄筋コンクリート（RC）はりの典型的な変形・破壊性状について、実験事実の特徴を理解する必要がある。図1は、同図左下に示すせん断補強鉄筋と引張主鉄筋が適量配置された RC はりに曲げ荷重を単調載荷した場合の、荷重と変形（たわみ）の関係（あるいは断面に作用する曲げモーメントとその断面位置における曲率の関係）を模式的に示したものである。

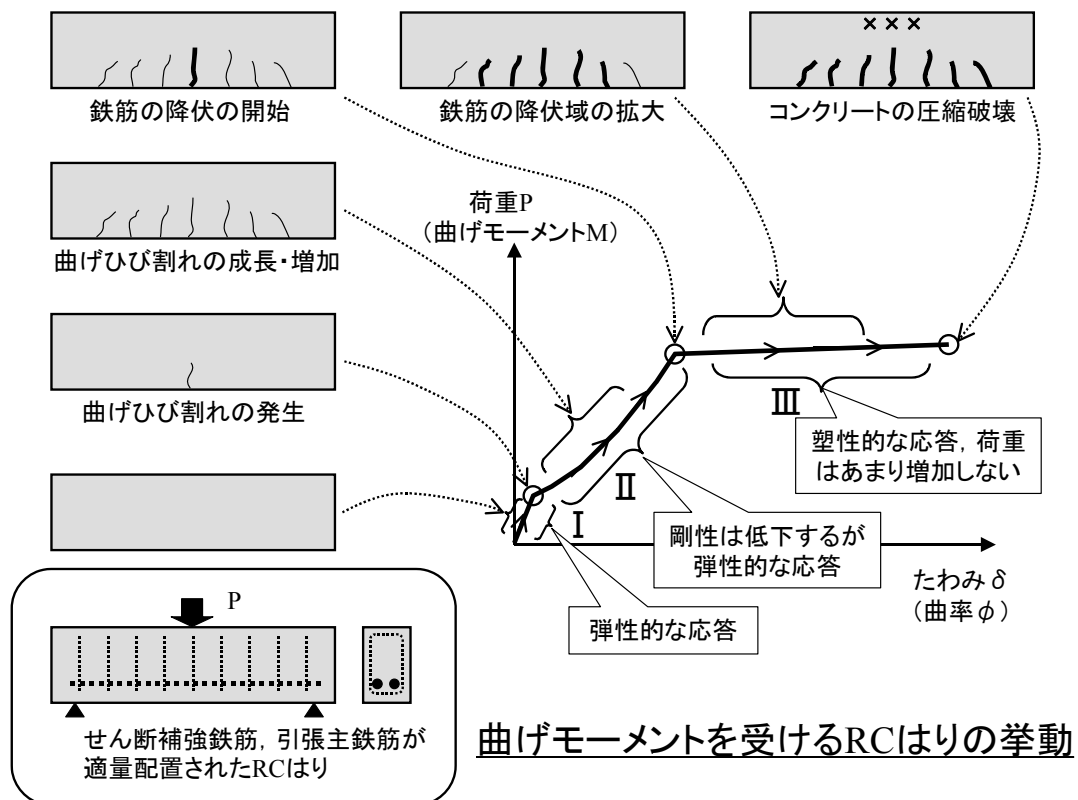


図1 曲げモーメントを受ける RC はりの挙動

せん断補強鉄筋と引張主鉄筋が「適量」と断ったのは、これらコンクリートの内部に配置される鉄筋の量によって、観察される部材の変形・破壊挙動が異なるからである。鉄筋

量と構造挙動との関係については後述する。

### 第Ⅰ段階

過去に荷重を受けたことのないRCはり供試体に、荷重ゼロから徐々に荷重を増加させてゆくと、初期は、荷重-たわみ曲線は原点を通る直線となる。すなわち、はりは弾性的な挙動をする。この段階ではまだ外観上の変化はない。

RCはりに最初に現れる顕在的な変化は、コンクリートのひび割れの発生である。ひび割れは、はじめ引張応力の最も大きい位置、すなわち最大モーメント断面（この場合、はり中央断面）の下縁に発生する。鉄筋コンクリート構造に発生するこのタイプのひび割れは、曲げモーメントにより発生したひび割れであるので「曲げひび割れ」と呼ばれる。

### 第Ⅱ段階

曲げひび割れが発生すると、図1に示すように、はりの剛性（荷重-たわみ曲線の傾き）はひび割れ発生前に比べて低下する。しかし、概ね依然として原点指向性を有した弾性的な性質を呈しているといえる。肉眼では、ひび割れの存在こそ観察できるもののひび割れ幅は1ミリ以下と小さく、また部材の変形（たわみ）は認識できないほど小さい。荷重の増加とともに曲げひび割れは上部に向かって進展するとともに、本数が増える。曲げひび割れは引張鉄筋とコンクリートとの付着によりコンクリートに導入される引張応力により発生するので、その発生状況は鉄筋に沿った付着応力分布の発達状況に依存する。それゆえ曲げひび割れは、一般に20~40センチほどの間隔でほぼ等間隔に発生する。また、ある程度の本数の曲げひび割れが発生すると、ひび割れはそれ以上発生しなくなり、ひび割れ間隔、本数が定常状態となる。

### 第Ⅲ段階

さらに荷重を増加すると、引張主鉄筋が降伏を開始する。降伏は、鉄筋の引張応力が降伏強度に達した位置において生じる。この条件が最初に満足されるのは、曲げモーメントの最も大きい領域のひび割れ位置においてである。図1のはりの場合は、部材中央断面付近のひび割れ位置である。降伏が生じた部分では鉄筋のひずみが著しく大きくなり、その位置のひび割れはミリオーダーのひび割れ幅となるので、肉眼でも降伏していることがわかる。鉄筋は降伏するとそれ以上応力がほとんど増加しないので、载荷ヘッドを押し下げても、部材が負担する曲げモーメントもほとんど増加しなくなる。その代わりに、鉄筋の降伏領域は徐々に拡大し、変形（たわみ）が肉眼で十分観察できる程度に増大する。

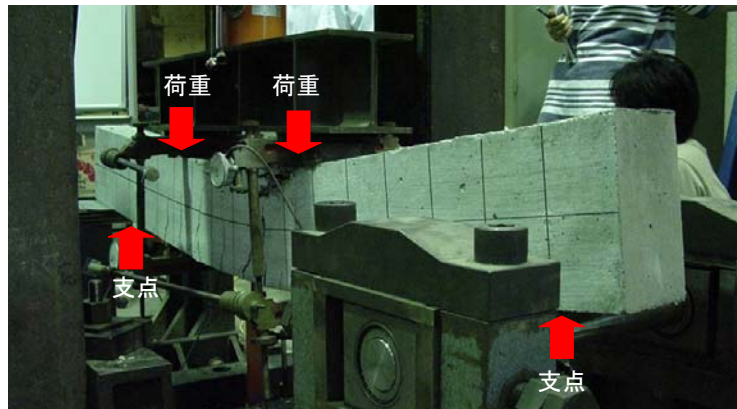


図2 はり上部コンクリートの圧縮破壊

最終的には圧縮側コンクリートが破壊し、部材としてそれ以上荷重を負担できなくなる。この状態を、部材の終局状態という。

### 3. RC 部材の曲げ挙動に関する補足

図 1 では、載荷履歴のない RC はりに荷重ゼロから順次載荷荷重を増加させ破壊させる単調載荷の場合におけるはりの挙動を示した。このような理想的な荷重条件は、実験室における載荷試験以外にはありえない。現実の条件のもとで供用される RC 部材には、変動荷重、持続荷重、正負交番荷重などさまざまなパターンの荷重が作用する。一例として、図 3 には繰返し載荷を受けた場合の挙動を示した。載荷－除荷－再載荷の繰返し載荷を行った場合、荷重－変形（たわみ）曲線群の包絡線は、単調載荷時の荷重－たわみ曲線と酷似する。

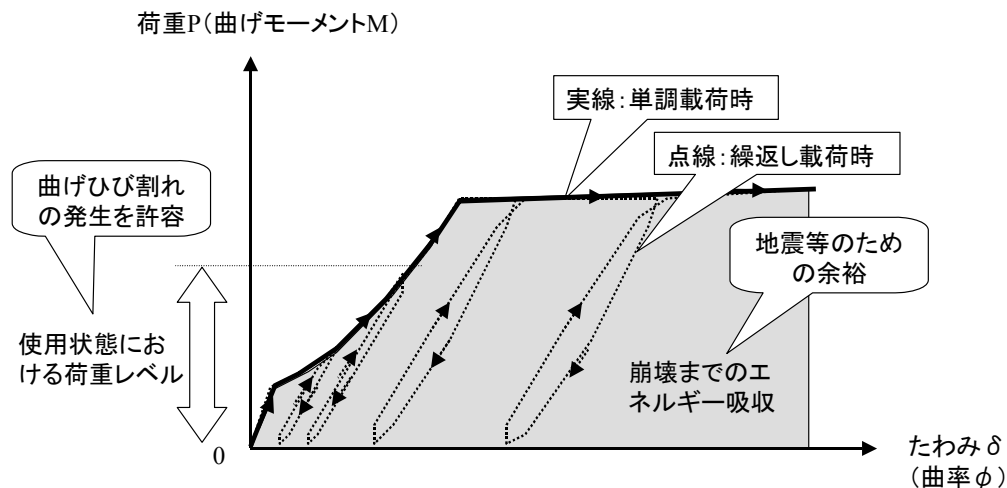


図 3 単調および繰返し曲げ載荷を受ける RC はりの挙動

図 3 に示すように、実際の多くの RC 部材は、使用条件下における作用荷重によって、曲げひび割れが発生することを想定して作られている。曲げモーメントに対する RC 部材の一連の挙動を概観したように、曲げひび割れが発生しても、少なくとも荷重に抵抗する力学的な性質の面からは、RC 部材は実用上支障がないからである。逆に、曲げひび割れの発生以降も耐力や変形に十分余裕がある RC 部材の性質を鑑みれば、使用状態において曲げひび割れが発生させない設計が仮に可能であったとしても、経済的に大きな無駄となる。それらの理由から、一般の RC 部材は曲げひび割れの発生を許して設計されている。

ただし、構造物の要求される性能は、想定される荷重に耐えること（安全性）だけでなく、著しい劣化を生じることなく経年使用に耐えること（耐久性）も重要である。コンクリート内部の鉄筋の発錆を考えた場合、曲げひび割れは無制限に許容すべきではない。そこで、現実の RC 構造の設計では、曲げひび割れの発生を許容しつつ、その幅が制限値以下となるようにしている。曲げひび割れ幅の予測方法については日を改めて解説する。

部材の終局状態までの、荷重－変形曲線の下に囲まれた面積は、その部材が破壊・崩壊するまでに吸収できるエネルギーを表す（図 3）。RC 構造の特徴として、鉄筋降伏開始以降も終局状態に至るまでに、大きなエネルギーを吸収できることが挙げられる。RC 構造の持つこの性質は、鉄筋、コンクリート単体には見られないものであって、両者の相互作用によって生み出される性質である。異種材料の複合構造である RC 構造の利点といえる。RC 構造物が地震に耐える性能を設計する耐震設計は、この性質を考慮して行われる。

#### 4. RC棒部材の曲げ解析における計算仮定

##### (1) 概要

ここまでに、鉄筋コンクリート (RC) 棒部材に曲げモーメントが作用した場合に生じる部材の変形・破壊現象の概要を説明した。本講義の目的は、これらの現象を予測する方法 (の基礎) を修得することである。そのような技術を駆使することにより、我々は、与えられた荷重条件下において、変形や破壊が生じない、あるいは想定範囲内に収まる構造物を設計することができるのである。

およそ現象を計算に乗せることとは、実現象の重要な面を理想化して、換言すれば適切な計算仮定を設けて、定式化することに他ならない。この作業のことを一般にモデル化という。

以下に各計算仮定について説明する。

##### (2) 平面保持 (棒材の運動場の仮定)

棒材の運動場の仮定 (平面保持の仮定) は、荷重ゼロから終局時まで全段階を通じて成立するとしてよい。すなわち、鉄筋コンクリート部材の断面内の縦ひずみ (軸方向ひずみ) は、軸線からの距離の一次関数で表される。

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \phi \cdot z$$

この仮定は、棒材の要件が満足される限り成立し、断面形状、および構成材料の応力-ひずみ関係によらない。

なお、同じく棒材の力学の復習で触れた、断面力と内部応力の関係も常に成立する。

##### (3) 鉄筋とコンクリートの付着

これも鉄筋コンクリート部材の解析ではよく用いられる、重要で便利な仮定である。現在、鉄筋コンクリートに用いられる一般の鉄筋は、表面に節 (ふし) が一様に設けられている。節のある鉄筋を異形鉄筋という。この節により、鉄筋とコンクリートの付着が確保される。その結果、鉄筋とコンクリートは、すべることなく一体となって変形し、両者の間で力が伝達される。これを数式により表現すれば、「鉄筋のひずみは、その位置におけるコンクリートのひずみに一致する。」ということになる。

「一体となって変形する」とは、「ある位置において変位が一致する」だけでは不十分であり、「各位置において変位が連続的に一致する」→「変位および変位の一階微分であるひずみが一致する」と考えればよい。

なお、現実には鉄筋とコンクリートの付着は完全ではなく、部材の変形が進むにつれ、鉄筋とコンクリートのすべり、コンクリートから鉄筋の抜け出しが生じる。しかし、曲げひび割れの場合、たとえ局所的には鉄筋とコンクリートのすべりが生じても、ひび割れ間隔を周期とする区間で見れば、ひび割れを含むコンクリートの平均ひずみと鉄筋の平均ひずみは一致するため、この仮定が終始成立すると考えてよい。

(4) コンクリートおよび鉄筋

材料の応力-ひずみ関係は、材料試験により得られる材料に固有の性質である。一般的なコンクリート、鉄筋の応力-ひずみ関係は、図4のようなのである。RC 部材中においても、鉄筋、コンクリートは固有の応力-ひずみ関係に従って挙動する。したがって、部材に用いられたコンクリートおよび鉄筋の性質を忠実に表現する応力-ひずみ関係が、部材の挙動を精度よく解析するのに適しているといえる。

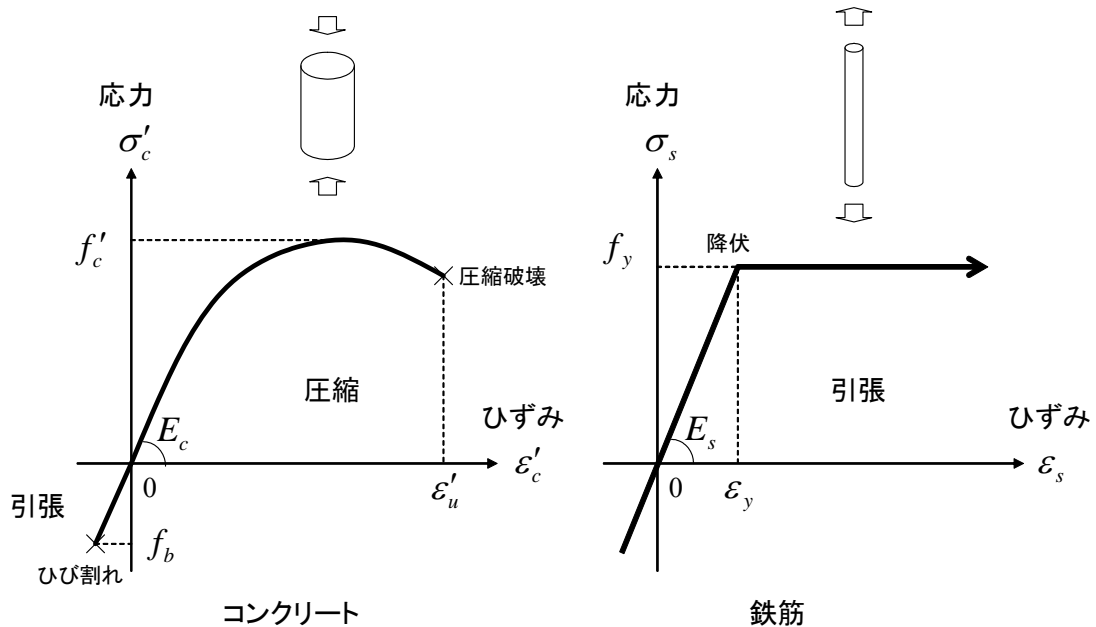


図4 代表的なコンクリートと鉄筋の応力-ひずみ関係

しかし、材料の応力-ひずみ関係を精密にモデル化しようとする、一般に複雑な数式となる。もちろん、コンピュータによる数値計算による場合、複雑な数式であっても問題なく計算を行うことができる。しかし、手計算による場合、実現象の特徴的な面を捉え、かつ簡潔なモデルが好まれるのである。

ここで、「実現象の特徴的な面を簡潔にモデル化する」という考え方は、たとえコンピュータによる数値計算を行う場合であっても、重要であることを指摘したい。およそ、「精密なモデル化」といっても、実現象を完全に数理的に表現することができない以上、程度の差こそあれ、現象の本質を捉えたモデルが優れるということは、手計算、数値計算に共通する。

以下に各載荷段階における鉄筋コンクリート部材中のコンクリートと鉄筋のひずみと応力の状態を考察し、各段階における特長を最も簡単に表すモデルを考える。

第 I 段階

図 5 は曲げひび割れ発生前（第 I 段階）における鉄筋コンクリート部材中のコンクリートと鉄筋のひずみと応力の状態を表したものである。

コンクリートの応力-ひずみ関係は、圧縮側に卓越した曲線状であるが、曲げひび割れ発生前（第 I 段階）は応力、ひずみの範囲が小さいので、この範囲であればコンクリートを圧縮・引張有効の弾性体と考えても問題はない。

曲げひび割れ発生前（第 I 段階）は、コンクリートが引張力を負担するし、応力レベルが小さいので、鉄筋の負担する応力を考慮してもしなくても、計算結果はあまり変わらない。したがって、この段階で最も簡単で実用的な仮定は、「鉄筋の負担する応力を無視してよい」という仮定である。もちろん、鉄筋を考慮してもよく、その方が計算結果が正しい値に近づくのは当然である。鉄筋を考慮する場合は、弾性体としてよい。

RCはり(I):初期状態～曲げひび割れ発生

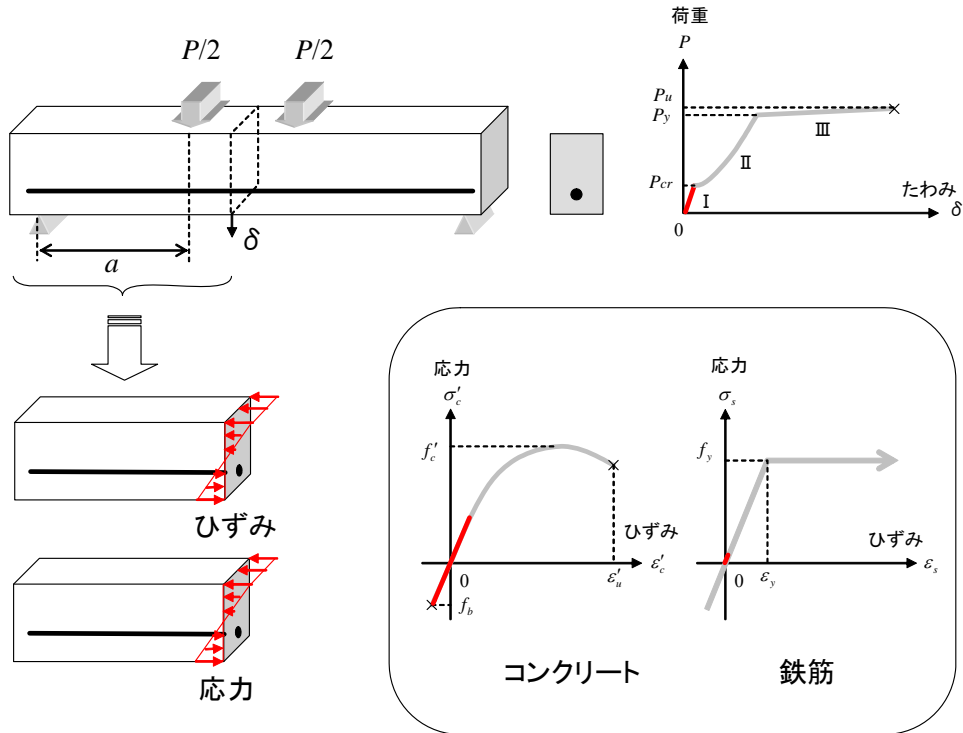


図 5 第 I 段階（曲げひび割れ発生前）における RC 部材中のコンクリートと鉄筋のひずみと応力の状態

第Ⅱ段階

図6は曲げひび割れ発生後（第Ⅱ段階）における鉄筋コンクリート部材中のコンクリートと鉄筋のひずみと応力の状態を表したものである。

曲げひび割れ発生後（第Ⅱ段階）は、コンクリートの応力、ひずみの範囲が広がるものの、依然として概ね直線性の保たれた範囲にある。しかし、圧縮側が、徐々に大きな応力、ひずみの範囲に及ぶので、相対的に引張側の役割が小さくなる。したがって、この段階を最も簡便に表すコンクリートのモデルは、圧縮のみ有効の弾性体ということになる。

ひび割れが生じるとその部分ではコンクリートはもはや引張力を伝達できない。RC部材中ではコンクリートのひび割れ発生後は、引張力は鉄筋により受け持たれる。したがって、計算においても鉄筋の存在を無視することはできない。RC中の鉄筋を計算において考慮する際の特徴的な事項は、鉄筋を線材とモデル化することである。すなわち、断面積が重心位置に集中していると考えるのである。これは、鉄筋の断面積が鉄筋コンクリート部材の断面積に比べて十分小さいために、用いることができる仮定であり、計算を大変簡単にしてくれる。鉄筋径によらず、また一般には、鉄筋が複数本配置されていても用いられる仮定である。鉄筋が複数本であるときは、それらをすべて考え合わせた断面積と重心位置を用いる。

曲げひび割れ発生後（第Ⅱ段階）は、鉄筋は弾性域にある限り弾性体と考えてよい。

RCはり(Ⅱ):曲げひび割れ～鉄筋降伏

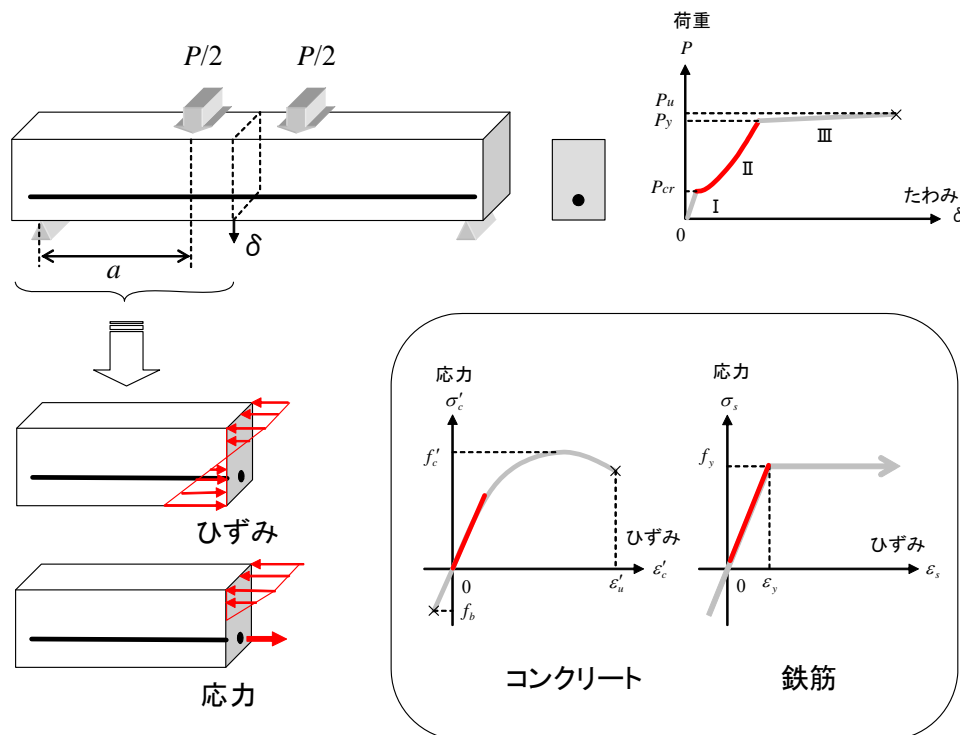


図6 第Ⅱ段階（曲げひび割れ発生後～鉄筋降伏前）におけるRC部材中のコンクリートと鉄筋のひずみと応力の状態

### 第Ⅲ段階

図7は鉄筋降伏後（第Ⅲ段階）における鉄筋コンクリート部材中のコンクリートと鉄筋のひずみと応力の状態を表したものである。

鉄筋降伏後（第Ⅲ段階）は、圧縮側のコンクリートの応力、ひずみがさらに大きな範囲に及ぶ。この段階では、もはやコンクリートを弾性体として扱うのは適当ではない。曲線性を表現した応力-ひずみ関係を用いる必要がある。そのような、応力-ひずみ関係のモデルはいくつか提案されている。

圧縮側コンクリートが圧縮破壊をする時点が RC 部材としての終局状態、つまり部材が破壊する状態である。したがって、この状態を計算により予測する工学的必要性は高い。この状態のみを計算対象とするのであれば、複雑でリアルな応力-ひずみ関係を用いた場合と等価な部材の曲げ耐力を算出する、簡単なコンクリートの応力-ひずみ関係がある。いわば、部材の曲げ耐力算定用の仮想的な応力-ひずみ関係というべきものであって、等価応力ブロックと呼ばれている。

鉄筋降伏後（第Ⅲ段階）は、最も簡単には、鉄筋の応力はひずみによらず降伏強度に等しいとしてよい。現実には、鉄筋の応力は降伏後にも漸増（ひずみ硬化）するので、部材の曲げモーメントは増加する。この現象を計算において表現するためには、ひずみ硬化を考慮した鉄筋の応力-ひずみ関係を用いる必要がある。

### RCはり(Ⅲ):鉄筋降伏～コンクリート圧壊

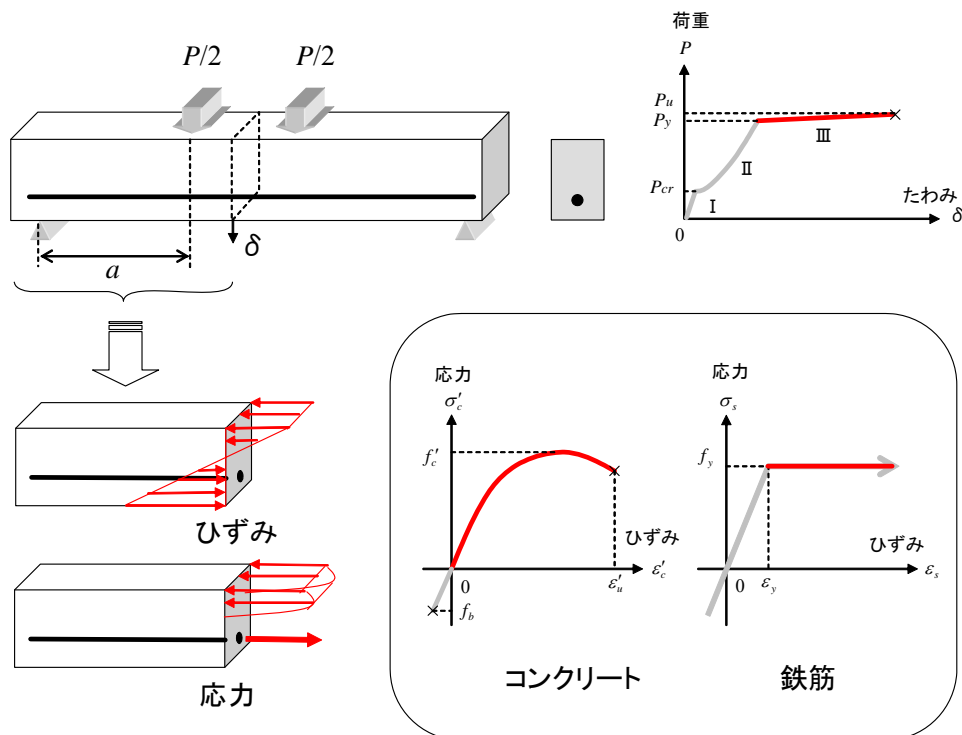


図7 第Ⅲ段階（鉄筋降伏後）における RC 部材中のコンクリートと鉄筋のひずみと応力の状態



### (5) 材料の破壊や降伏が生じる条件式

以上の計算仮定により、与えられた荷重（あるいは強制変位）条件下における部材の変形および応力の状態を計算により求めることができる。換言すれば、荷重と変形および応力の状態の間の関係を求めることができるのであって、荷重（あるいは強制変位）が与えられなければ、具体的な変形および応力の状態が定まらない。RC 部材における、特徴的な特定の状態である、曲げひび割れ発生時 ( $M=M_{cr}$ )、鉄筋降伏時 ( $M=M_y$ )、終局時 ( $M=M_u$ ) における、部材の変形および応力の状態を求めるには、それらの現象が生じる条件式（クライテリア；criteria）を連立する必要がある。

曲げひび割れの発生は、引張縁（通常下縁）のコンクリートの応力がコンクリートのひび割れ強度  $f_b$  に達することにより表す。

$$\sigma_{(下縁)} = f_b$$

コンクリートのひび割れ強度とは、曲げ応力によってコンクリートがひび割れるときの応力であり、引張強度よりやや大きい値となる。圧縮強度や引張強度に比べて、部材寸法の影響が無視できないくらい大きいため、純粋な材料強度というより見かけの材料強度と考えたほうがよい、そのため、従来曲げ引張強度と呼ばれたが、現在ではひび割れ強度と呼ばれている。

鉄筋の降伏は、鉄筋のひずみが降伏ひずみに達すること、あるいは鉄筋の応力が降伏強度に達することにより表す。

$$\sigma_s = f_y \quad (\text{または, } \epsilon_s = \epsilon_y)$$

鉄筋は、降伏以前は弾性体として表すので、降伏条件は、ひずみで規定しても、応力で規定しても等価である。

終局状態、すなわち上部コンクリートの圧縮破壊は、圧縮縁（通常上縁）のコンクリートのひずみがコンクリートの圧縮破壊ひずみ  $\epsilon'_u$  に達することにより表す。

$$\epsilon'_{(上縁)} = \epsilon'_u$$

圧縮域におけるコンクリートの性質として、一般には応力が最大応力（圧縮強度  $f'_c$ ）に達した時点でただちに破壊するのではなく、その後も応力を減少させながら変形（ひずみ軟化）を続け、やがて破壊する。このようなことから、圧縮破壊の条件は応力ではなく、ひずみで規定されるのである。

### (6) 計算仮定のまとめ

曲げモーメントを受ける RC 棒部材の変形・破壊挙動を計算する際の、各段階における計算仮定をまとめると表 1 のようになる。RC 棒部材の各段階における挙動を計算するには、与えられた条件のもとでこれらの計算仮定を数式により表し、連立して解けばよい。

RC 棒部材の曲げ挙動は、基本的には棒材の力学に立脚して計算する。したがって、ここで特別に学ぶべき事項というのは、主として RC 部材中の鉄筋とコンクリートをどのようにモデル化するのが適切かということに他ならない。図 8 は、曲げモーメントを受ける RC はり中の鉄筋とコンクリートが、各載荷段階において、どのような応力、ひずみの状態にあるかを示したものである。

表 1 RC はりの曲げ解析に用いる計算仮定のまとめ

载荷段階		第 I 段階	$M_{cr}$	第 II 段階	$M_y$	第 III 段階	$M_u$
平面保持 (棒材の運動場の仮定)		○					
鉄筋とコンクリートの付着		○					
コンクリート	考慮のしかた	圧縮・引張有効		圧縮のみ有効			
	応力-ひずみ関係	簡便法	弾性体			—	等価応力ブロック
		精算法	材料試験結果に忠実な応力-ひずみ関係				
鉄筋	考慮のしかた	無視してもよい		線材として考慮			
	応力-ひずみ関係	簡便法	弾性体			$\sigma_s = f_y$	
		精算法	材料試験結果に忠実な応力-ひずみ関係				
材料の破壊や降伏が生じる条件式		—	$\sigma_{(下線)} = f_b$	—	$\sigma_s = f_y$	—	$\epsilon'_{(上線)} = \epsilon'_u$

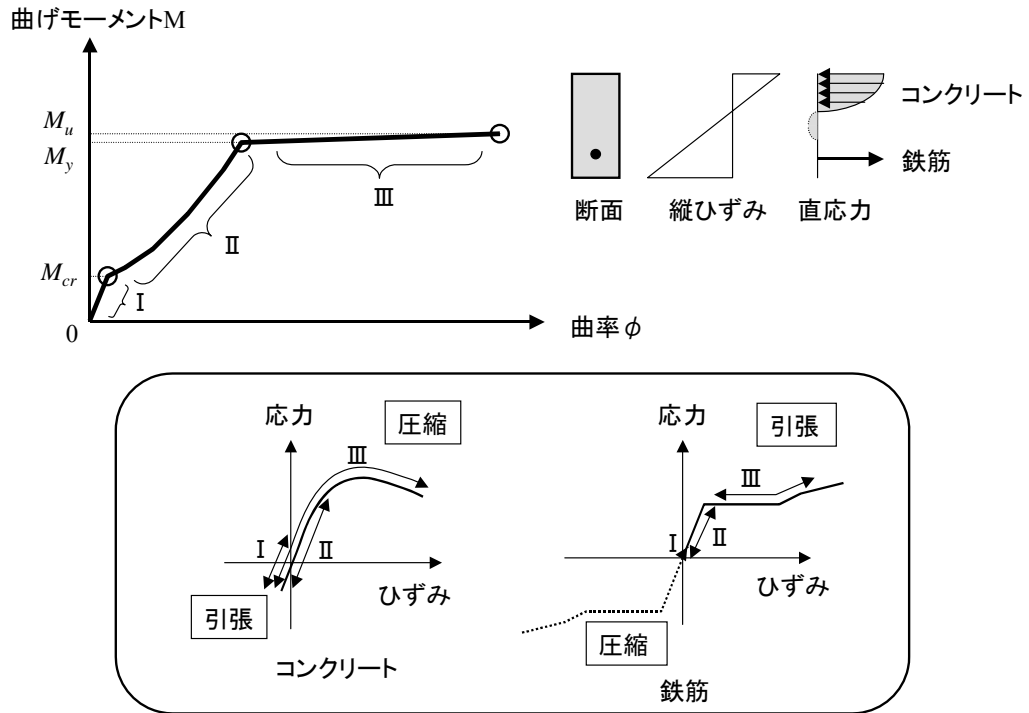


図 8 曲げモーメントを受ける RC はり中の鉄筋とコンクリート