

「コンクリート構造の力学」試験問題の解答

問題 1 : RC はりの曲げ **【50 点】**

(1) 曲げひび割れ発生モーメント

$$M_{cr} = \frac{f_b I}{h/2} = 37.96 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

38.0kN・m **答** (配点 5 点)

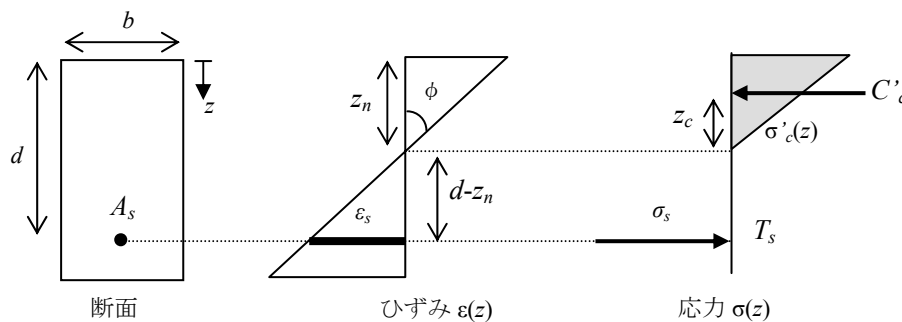
(2) 曲げひび割れ発生前は中立軸の位置は上縁から  $h/2$  とすると, ひび割れ発生直前の鉄筋ひずみは,

$$\varepsilon_s = \frac{f_b}{E_c} \frac{h/2 - (h-d)}{h/2} = 140 \times 10^{-6}$$

$$\text{応力は } \sigma_s = E_s \varepsilon_s = 28 \text{ N/mm}^2$$

28.0N/mm<sup>2</sup> **答** (配点 5 点)

曲げひび割れ発生後～鉄筋降伏前の, 断面のひずみ, 応力の状態は以下のように表す.



中立軸の位置  $z_n$  は

$$z_n = \frac{A_s E_s}{b E_c} \left( -1 + \sqrt{1 + 2 \frac{b d E_c}{A_s E_s}} \right) = p d n \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n p}} \right) = \dots = 141.0 \text{ mm}$$

この状態で作用曲げモーメントが (1) で求めた  $M_{cr}$  であるときの鉄筋応力は

$$\sigma_s = \frac{M_{cr}}{A_s (d - z_n/3)} = 89.61 \text{ N/mm}^2$$

89.6N/mm<sup>2</sup> **答** (配点 5 点)

(3) モーメントが与えられた時の鉄筋の応力

中立軸の位置は (2) で求めた値を用いる

$$\sigma_s = \frac{2 M_{cr}}{A_s (d - z_n/3)} = 179.2 \text{ N/mm}^2$$

179N/mm<sup>2</sup> **答** (配点 5 点)

(4) 曲げひび割れ幅照査

曲げひび割れ幅

$$w = 1.1 k_1 k_2 k_3 \{ 4c + 0.7(c_s - \phi) \} \left( \frac{\sigma_s}{E_s} + \varepsilon'_{csd} \right)$$

$$= 1.1 \times 1.0 \times \left( \frac{15}{30 + 20} + 0.7 \right) \times 1.0 \times 250 \times \left( \frac{179.2}{2.0 \times 10^5} + 150 \times 10^{-6} \right) = 0.288 \text{ mm}$$

ひび割れ幅の限界値

$$w_a = 0.005c = 0.225 \text{ mm}$$

よって、 $w > w_a$  なので ひび割れ幅の限界値を満足しない。 **答** (配点 5 点)

(5) 鉄筋降伏モーメント

$$M_y = A_s f_y \cdot \left( d - \frac{z_n}{3} \right) = 169.4 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

169kN・m **答** (配点 5 点)

(6) 曲げ耐力 (応力-ひずみ関係が (i))

$$(ア) \text{ より } C'_c = k f'_c b z_n \left( 1 - \frac{1}{3} \frac{\epsilon'_o}{\epsilon'_u} \right) = 0.688 f'_c b z_n \text{ であるから}$$

$$z_n = \frac{A_s f_y}{0.688 f'_c b} = 93.02 \text{ mm}$$

$$(イ) \text{ より } z_c = z_n \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{12} \left( \frac{\epsilon'_o}{\epsilon'_u} \right)^2}{1 - \frac{1}{3} \frac{\epsilon'_o}{\epsilon'_u}} = 0.584 z_n$$

$$M_u = 0.688 f'_c b z_n \cdot 0.584 z_n + A_s f_y \cdot (d - z_n) = 173.4 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

173kN・m **答** (配点 5 点)

(7) 曲げ耐力 (応力-ひずみ関係が (ii))

コンクリートの応力ひずみ関係が (ii) であることを考慮して、中立軸の位置  $z_n$  は

$$z_n = \frac{A_s f_y}{0.68 f'_c b} = 94.12 \text{ mm}$$

曲げ耐力は、

$$M_u = A_s f_y (d - 0.4 z_n) = 173.9 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

174kN・m **答** (配点 5 点)

(8) 等価応力ブロック (配点 5 点)

コンクリートの応力ひずみ関係に(ii)を用いた場合、

$$z_c = \frac{1 + \alpha}{2} z_n$$

$$C'_c = k(1 - \alpha) f'_c b z_n$$

となる。これらがコンクリートの応力ひずみ関係に(ii)を用いた場合の  $z_c$  と  $C'_c$  にそれぞれ等しくなれば、曲げ耐力は同じになる。

$$\text{よって } \frac{1 + \alpha}{2} = 0.584, \quad k(1 - \alpha) = 0.688 \text{ とおくと, } \alpha = 0.168, k = 0.827 \text{ **答** (配点 5 点)}$$

(9) 最少鉄筋比 (配点 5 点)

下限値は曲げひび割れ発生後鉄筋が直ちに降伏しない条件より

$$\frac{M_{cr}}{A_s (d - z_n / 3)} < f_y \quad \text{すなわち} \quad \frac{M_{cr}}{p b d \left( d - \frac{1}{3} p d n \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{np}} \right) \right)} < f_y$$

$p$  を変えて左辺の値をいくつか計算すると、不等号が成立する条件は  $p > 0.0026$  であることがわかる。

0.26%以上 **答** (配点 5 点)

問題 2 : RC 単純梁の曲げ降伏荷重とせん断耐力 【20 点】

(1) 曲げ降伏荷重

圧縮縁 (下縁) から中立軸までの距離  $z_n$  は、

$$z_n = \frac{A_s E_s}{b E_c} \left( -1 + \sqrt{1 + 2 \frac{b d E_c}{A_s E_s}} \right) = p d n \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{np}} \right) = \dots = 185.3 \text{ mm}$$

鉄筋降伏モーメントは、

$$M_y = C'_c \cdot z_c + T_s \cdot (d - z_n) = T_s \cdot (d - z_n + z_c) = A_s f_y \cdot \left( d - \frac{z_n}{3} \right) = 271 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 271 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

降伏は曲げモーメントが最大である支間中央で生じるから、降伏荷重は、

$$P_y = 2 \frac{M_y}{a} = 451 \text{ kN}$$

$4.5 \times 10^2 \text{ kN} (451 \text{ kN})$  **答** (配点 8 点)

(2) せん断耐力

コンクリートが受け持つせん断耐力：

$$V_c = \beta_d \beta_p \beta_n f_{vc} b d = 1.257 \times 1.357 \times 1.0 \times 0.684 \times 200 \times 400 = 93370 \text{ N} = 93.37 \text{ kN}$$

せん断補強鉄筋が受け持つせん断耐力：

$$V_s = A_w f_y (\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{z}{s} = 150 \times 400 \times (1 + 0) \frac{400/1.15}{s} = \frac{20870}{s} \text{ kN}$$

$$\text{せん断耐力} : V_u = V_c + V_s = 93.37 + \frac{20870}{s} \text{ kN}$$

$$P_{vu} = 2 \times (V_c + V_s) = 187 + \frac{41700}{s} \text{ kN}$$

$187 + 41700/s \text{ kN}$  **答** (配点 8 点)

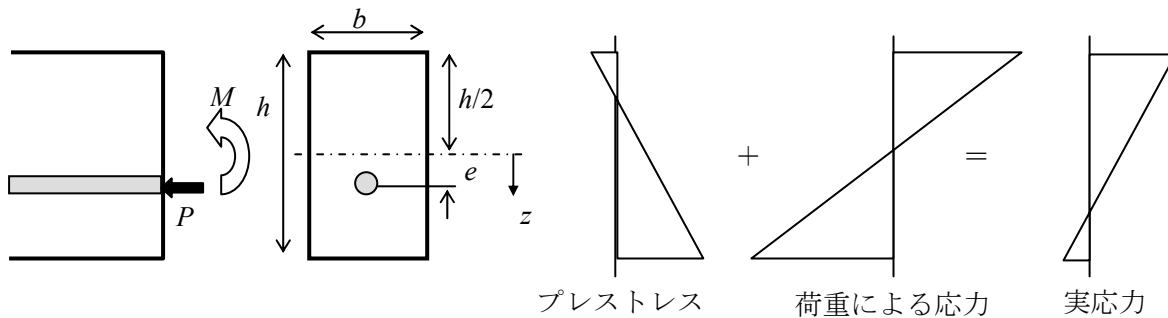
(3) 破壊モードの判定

$P_{vu} > 1.5 P_y$  となるように  $s$  を定めればよい。

$$187 + \frac{41700}{s} > 1.5 \times 451 \text{ とすると, } s < 85.2 \text{ mm}$$

85mm 以下 **答** (配点 4 点)

問題 3 : プレストレストコンクリート 【10 点】



プレストレス ( $P$ ) および荷重 ( $M$ ) による曲げ応力を合わせた応力は、

$$\sigma'(z) = \left( \frac{P}{bh} + \frac{Pe}{I} z \right) - \frac{M}{I} z \quad (\text{圧縮を正とした})$$

(1)  $M=0$  のとき上縁 ( $z=-h/2$ ) において  $\sigma'(z)=0$  となる偏心量  $e$  を求めればよい。

$$\sigma' \left( -\frac{h}{2} \right) = \frac{P}{bh} - \frac{Pe}{I} \frac{h}{2} = 0 \quad \text{より } h=83.3 \text{ mm}$$

83mm **答** (配点 5 点)

(2) 下縁の応力が  $-f_b$  になるときの曲げモーメントを求める

$$\sigma' \left( \frac{h}{2} \right) = \left( \frac{P}{bh} + \frac{Pe}{I} \frac{h}{2} \right) - \frac{M}{I} \frac{h}{2} = -f_b \quad \text{より } M=95.0 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

95 kN·m **答** (配点 5 点)

問題 4 : 正誤問題 【10 点】 (各 2 点)

- (1) ○
- (2) ×
- (3) ○
- (4) ×
- (5) ○

**問題5：記述問題【10点】（各2点）**

以下は略解

- (1) ひび割れ位置で最大，ひび割れの中点で最小
- (2) 曲げひび割れは安全性の上では問題ない。過大な幅の曲げひび割れは鋼材腐食に対する抵抗性，美観を損なう。ひび割れを許さない設計は断面が大きくなり不経済となる。そこで，使用状態で曲げひび割れの発生を許し，かつひび割れ幅を鋼材腐食に対する抵抗性，美観を損なわない範囲に抑える。
- (3) RC に比べて長いスパンの橋梁が作れる。曲げひび割れの発生を許さない設計が可能で，高い耐久性が期待できる。
- (4) PC 構造において導入したプレストレスはコンクリートのクリープ，乾燥収縮，PC 鋼材のリラクゼーションにより経時的に減少するので，設計においてそれらによる減少を見込んだプレストレスを有効プレストレスという。
- (5) 丸山先生の講義資料を参照のこと