

2013年11月1日実施『鉄筋コンクリート棒部材の曲げに関する小テスト』の解答

解答は略解を示す。詳細は講義で解いた例題の解答を参照のこと。【50点満点】

(1) 鉄筋比 【配点5点】

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{900}{200 \times 250} = 0.018$$

答：0.018 (1.8%)

(2) 曲げひび割れ発生モーメント M_{cr} 【配点5点】

$$M_{cr} = f_b \cdot I \cdot \frac{2}{h} = \frac{f_b \cdot b \cdot h^2}{6} = \frac{5 \times 200 \times 300^2}{6} = 15 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 15 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

答：1.5 × 10 kN・m (15 kN・m)

(3) 曲げひび割れ発生後～鉄筋降伏までの鉄筋コンクリート断面 【配点5点】

$$z_n = \frac{A_s E_s}{b E_c} \left(-1 + \sqrt{1 + 2 \frac{bd E_c}{A_s E_s}} \right) = dpn \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{np}} \right) = 98.6 \text{ mm} = 9.9 \times 10 \text{ mm}$$

答：9.9 × 10 mm (99mm)

(4) 使用状態における作用モーメントと鉄筋応力の関係 【配点5点】

中立軸の位置 z_n は (2) と同じ値を用いて、

$$M = A_s \sigma_s \left(d - \frac{z_n}{3} \right) = 900 \times 100 \times \left(250 - \frac{98.6}{3} \right) = 19.5 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 2.0 \times 10 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

答：2.0 × 10 kN・m (20 kN・m)

(5) 鉄筋降伏時のモーメント 【配点5点】

中立軸の位置 z_n は (2) と同じ値を用いて、

$$M = A_s f_y \left(d - \frac{z_n}{3} \right) = 900 \times 400 \times \left(250 - \frac{98.6}{3} \right) = 78.2 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 7.8 \times 10 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

答：7.8 × 10 kN・m (78 kN・m)

(6) 鉄筋降伏時の断面の曲率 【配点5点】

中立軸の位置 z_n は (2) と同じ値を用いて、

$$\phi_y = \frac{\varepsilon_y}{d - z_n} = \frac{2000 \times 10^{-6}}{250 - 98.6} = 1.32 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1} = 1.3 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$$

答：1.3 × 10⁻⁵ mm⁻¹ (1.3 × 10⁻² m⁻¹)

(7) 曲げ耐力 【配点5点】

コンクリートの圧縮合力は $C'_c = 0.68 \cdot f'_c \cdot b \cdot z_n$ となる。中立軸の位置 z_n について解くと、

$$z_n = \frac{A_s f_y}{0.68 f'_c b} = \frac{900 \times 400}{0.68 \times 35 \times 200} = 75.6 \text{ mm}$$

$$M_u = A_s f_y (d - 0.4 z_n) = 900 \times 400 \times (250 - 0.4 \times 75.6) = 79.1 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 7.9 \times 10 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

答：7.9 × 10 kN・m (79 kN・m)

(8) 破壊時の断面の曲率 【配点5点】

$$\phi_u = \frac{\varepsilon'_u}{z_n} = \frac{3500 \times 10^{-6}}{75.6} = 4.63 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1} = 4.63 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$$

答：4.6 × 10⁻⁵ mm⁻¹ (4.6 × 10⁻² m⁻¹)

(9) 鉄筋比を変更した場合の破壊モードの判定 【配点10点】

曲げ引張破壊モードを仮定する。

終局時に鉄筋が降伏していると仮定して (7) と同じ方法で中立軸の位置を求めると、

$$z_n = \frac{A_s f_y}{0.68 f'_c b} = \frac{2000 \times 400}{0.68 \times 35 \times 200} = 168.1 \text{ mm}$$

このとき鉄筋のひずみは、

$$\varepsilon_s = \varepsilon'_u \frac{d - z_n}{z_n} = 3500 \times 10^{-6} \frac{250 - 168.1}{168.1} = 1705 \times 10^{-6} < \varepsilon_y (= 2000 \times 10^{-6})$$

となり降伏ひずみよりも小さいので矛盾する。

よって、終局時には鉄筋が降伏していないので破壊モードは曲げ圧縮破壊モードとなる。鉄筋が降伏していないと仮定して、あらためて終局時の正しい中立軸の位置を求める。

$$C'_c = T_s$$

$$C'_c = 0.68 \cdot f'_c \cdot b \cdot z_n$$

$$T_s = A_s E_s \varepsilon_s$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon'_u \frac{d - z_n}{z_n}$$

より、以下の z_n の 2 次式を得る。

$$0.68 f'_c b \cdot z_n^2 + A_s E_s \varepsilon'_u \cdot z_n - A_s E_s \varepsilon'_u d = 0$$

この正根を求めると、

$$z_n = \dots = 161.4 \text{ mm}$$

よって曲げ耐力は、

$$M_u = 0.68 \cdot f'_c \cdot b \cdot z_n \cdot (d - 0.4 z_n) = 142.48 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 1.4 \times 10^2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

答：破壊モードは曲げ圧縮破壊、曲げ耐力は $1.4 \times 10^2 \text{ kN} \cdot \text{m}$ (142 kN·m)

[補足]

破壊モードを間違えて曲げ引張破壊モードと判定して (7) と同じ方法で曲げ耐力を求めた場合、

$$z_n = \frac{A_s f_y}{0.68 f'_c b} = \frac{2000 \times 400}{0.68 \times 35 \times 200} = 168.1 \text{ mm}$$

$M_u = A_s f_y (d - 0.4 z_n) = 2000 \times 400 \times (250 - 0.4 \times 168.1) = 146.2 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} = 1.5 \times 10^2 \text{ kN} \cdot \text{m}$ となり、わずかに耐力を高めに算定してしまう。もちろん正しくないが、近似値としては意味がある。