

2008年版「コンクリート構造の力学」試験問題の解答

問題1：RCはりの曲げ【50点】

(1) 鉄筋比

$$p = \frac{A_s}{bd} = \dots = 0.015$$

1.5%**答** (配点5点)

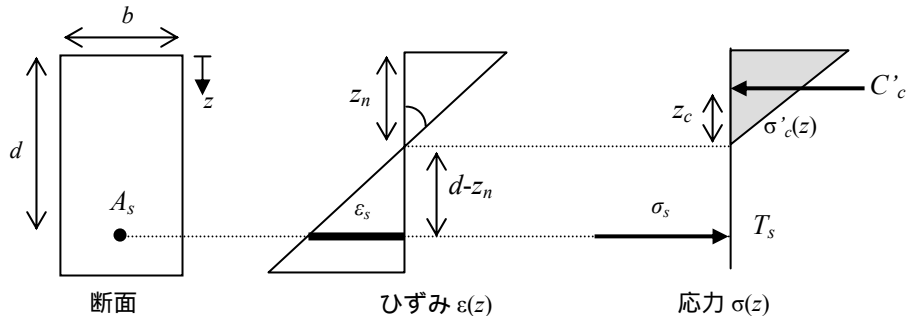
(2) 曲げひび割れ発生モーメント

$$M_{cr} = \frac{f_b I}{h/2} = \dots = 33 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

3.3 × 10kN·m**答** (配点5点)

(3) 曲げひび割れ発生後の中立軸の位置

曲げひび割れ発生後～鉄筋降伏前の状態を仮定し、断面のひずみ、応力の状態は以下のように表す。

中立軸の位置 z_n は

$$z_n = \frac{A_s E_s}{b E_c} \left(-1 + \sqrt{1 + 2 \frac{b d E_c}{A_s E_s}} \right) = p d n \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2}{np}} \right) = \dots = 143.3 \text{ mm}$$

1.4 × 10²mm**答** (配点5点)

(4) 曲げモーメントが 100kN·m のときの鉄筋応力

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s (d - z_n/3)} = \dots = 237 \text{ N/mm}^2$$

2.4 × 10²N/mm²**答** (配点5点)

(5) 曲げモーメントが 100kN·m のときの曲げひび割れ幅

$$w = 1.1 k_1 k_2 k_3 \{4c + 0.7(c_s - \phi)\} \left(\frac{\sigma_s}{E_s} + \varepsilon'_{csd} \right)$$

$$= 1.1 \times 0.95 \times \left(\frac{15}{f'_c + 20} + 0.7 \right) \times 1.0 \times 250 \times \left(\frac{\sigma_s}{2.0 \times 10^5} + 150 \times 10^{-6} \right) = 0.35$$

3.5 × 10⁻¹mm**答** (配点5点)

(6) 鉄筋降伏モーメント

$$M_y = C'_c \cdot z_c + T_s \cdot (d - z_n) = T_s \cdot (d - z_n + z_c) = A_s f_y \cdot \left(d - \frac{z_n}{3} \right) = 169 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

1.7 × 10²kN·m**答** (配点5点)

(7) 曲げ耐力

コンクリートの応力ひずみ関係が () であることを考慮して、中立軸の位置 z_n は

$$z_n = \frac{A_s f_y}{0.68 f'_c b}$$

曲げ耐力は、

$$M_u = A_s f_y (d - 0.4z_n) = 175 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$1.8 \times 10^2 \text{ kN} \cdot \text{m}$ **答** (配点 10 点)

(8) 主鉄筋量を 3 倍に増やしたときの破壊モードの検討

まず、破壊モードが曲げ引張破壊と仮定すると、終局時における中立軸の位置 z_n は

$$z_n = \frac{A_s f_y}{0.68 f'_c b} = \dots = 265 \text{ mm}$$

終局時における鉄筋のひずみは、

$$\varepsilon_s = \frac{d - z_n}{z_n} \varepsilon'_u = 1783 \times 10^{-6} \text{ となり、降伏していない } (\varepsilon_s < \varepsilon_y) \text{ であるので、仮定に矛盾する。よっ$$

て破壊モードは曲げ引張破壊ではない。

次に、破壊モードが曲げ圧縮破壊であると仮定する。終局時において、

$$A_s E_s \varepsilon_s = 0.68 f'_c b z_n \quad (\text{鉄筋の引張力} = \text{コンクリートの圧縮力})$$

$$\varepsilon_s = \frac{d - z_n}{z_n} \varepsilon'_u \quad (\text{鉄筋のひずみと上縁のコンクリートのひずみの関係})$$

これらより z_n に関する以下の 2 次方程式を得る。

$$0.68 f'_c b \cdot z_n^2 + A_s E_s \varepsilon'_u \cdot z_n - A_s E_s \varepsilon'_u d = 0$$

この正根を求めると $z_n = 257 \text{ mm}$ となる。このとき、鉄筋のひずみは

$$\varepsilon_s = \frac{d - z_n}{z_n} \varepsilon'_u = 1941 \times 10^{-6} \text{ となり、降伏していないので仮定に合致する。よって破壊モードは曲$$

げ圧縮破壊である。曲げ耐力は、

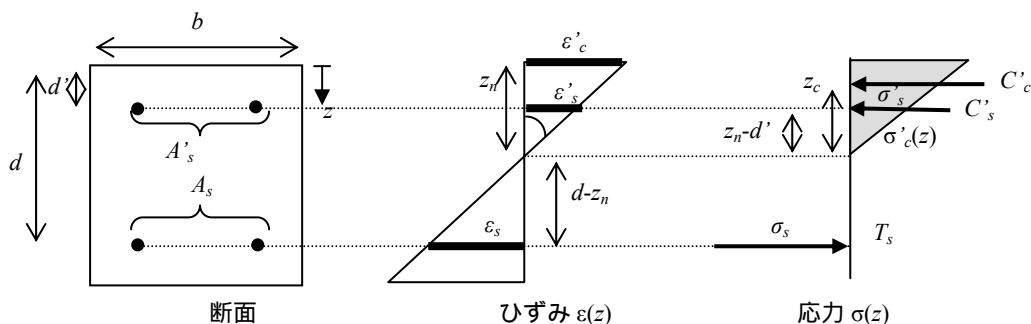
$$M_u = A_s E_s \varepsilon_s (d - 0.4z_n) = 416 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$4.2 \times 10^2 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 、曲げ圧縮破壊 **答** (配点 10 点)

問題 2：RC 柱の曲げ降伏荷重とせん断耐力【30 点】

(1) 中立軸の位置

コンクリートは圧縮のみ有効の弾性体とし、圧縮鉄筋、引張鉄筋ともに降伏していないとの仮定から、断面のひずみ、応力の状態を以下のように表す。



図において、 $\varepsilon_s = (d - z_n)\phi$ 、 $\varepsilon'_s = (z_n - d')\phi$ 、 $\varepsilon'_c = z_n\phi$ 、(ここに、 z_n は中立軸の位置、 ϕ は曲率)

$T_s = A_s E_s \varepsilon_s$ 、 $C'_s = A'_s E_s \varepsilon'_s$ 、 $C'_c = \frac{1}{2} b z_n E_c \varepsilon'_c$ である。

また、 $A_s = A'_s = 2 \times \pi \left(\frac{\phi_1}{2} \right)^2 = 982 \text{ mm}^2$ である。(ϕ_1 は軸方向鉄筋の直径)

力のつりあい $0 = T_s - C'_s - C'_c$ に上式を代入して整理すると、中立軸の位置 z_n に関する以下の 2 次式を得る。

$$z_n^2 + 4 \frac{A_s E_s}{b E_c} z_n - 2 \frac{A_s E_s}{b E_c} (d + d') = 0$$

この正根を求めると, $z_n = 66.3 \text{ mm}$

$6.6 \times 10 \text{ mm}$ **答** (配点 10 点)

(2) 曲げ降伏耐力

(1) において, 引張側鉄筋の降伏条件 $\varepsilon_s = f_y / E_s = 2000 \times 10^{-6}$ とすると,

圧縮鉄筋のひずみ $\varepsilon'_s = \frac{z_n - d'}{d - z_n} \varepsilon_s = 814 \times 10^{-6}$ (降伏していない), コンクリートの上縁のひずみ

$\varepsilon'_c = \frac{z_n}{d - z_n} \varepsilon_s = 1166 \times 10^{-6}$ (圧縮破壊していない) であり, このときの曲げモーメントは,

$$M_y = C'_c \frac{2}{3} z_n + C'_s (z_n - d') + T_s (d - z_n) = 62.3 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$6.2 \times 10 \text{ kN} \cdot \text{m}$ **答** (配点 5 点)

(3) せん断耐力

コンクリートが受け持つせん断耐力:

$$V_c = \beta_d \beta_p \beta_n f_{vc} b d = 1.5 \times 1.4 \times 1.0 \times 0.683 \times 200 \times 180 = 51.6 \text{ kN}$$

せん断補強鉄筋が受け持つせん断耐力:

$$V_s = A_w f_y (\sin \alpha + \cos \alpha) \frac{z}{s} = 2 \times \pi \left(\frac{10}{2} \right)^2 \times 400 \times (1+0) \frac{180/1.15}{100} = 98.3 \text{ kN}$$

せん断耐力: $V_u = V_c + V_s = 149.9 \text{ kN}$

$1.5 \times 10^2 \text{ kN}$ **答** (配点 5 点)

(4) 破壊モードの判定

せん断破壊せずに引張側の軸方向鉄筋の降伏が生じると仮定した場合の曲げ降伏荷重:

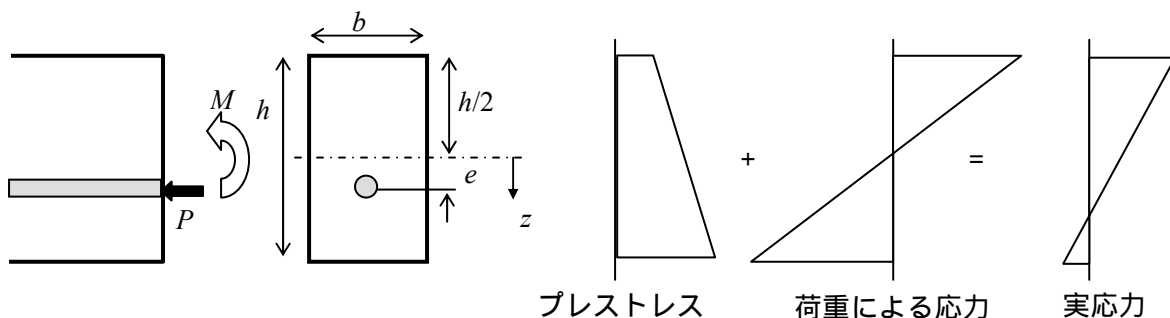
$$P_y = \frac{M_y}{a} = 31.2 \text{ kN}$$

軸方向鉄筋の降伏が生じないでせん断ひび割れが発生すると仮定した場合のせん断ひび割れ発生荷重:

$$P_{vc} = V_c = 51.6 \text{ kN}$$

よって, 曲げ降伏がせん断ひび割れよりも先に生じる **答** (配点 10 点)

問題3: プレストレストコンクリート **【10 点】**



プレストレス (P) および荷重 (M , 図の方向を正の曲げモーメントとする) による曲げ応力を合わせた応力は,

$$\sigma'(z) = \left(\frac{P}{bh} + \frac{Pe}{I} z \right) - \frac{M}{I} z \quad (\text{圧縮を正とした})$$

(1) 下縁の応力が $-f_b$ になるときの曲げモーメントを求める

$$\sigma' \left(\frac{h}{2} \right) = \left(\frac{P}{bh} + \frac{Pe h}{I 2} \right) - \frac{M h}{I 2} = -f_b \quad \text{より } M=35.3\text{kN}\cdot\text{m}$$

3.5 × 10 kN·m 答 (配点 5 点)

(2) 上縁の応力が $-f_b$ になるときの曲げモーメントを求める

$$\sigma' \left(-\frac{h}{2} \right) = \left(\frac{P}{bh} - \frac{Pe h}{I 2} \right) + \frac{M h}{I 2} = -f_b \quad \text{より } M=-31.3\text{kN}\cdot\text{m}$$

-3.1 × 10 kN·m 答 (配点 5 点)

問題 4 : 正誤問題 【10 点】(各 1 点)

- (1) × (構造物中の材料強度を設計基準強度より高くなるように設定するので ×)
- (2)
- (3) × (コンクリートには引張応力, 鉄筋には反力として圧縮応力が導入される)
- (4) ×
- (5) ×
- (6)
- (7)
- (8) × (ひずみ硬化)
- (9)
- (10)