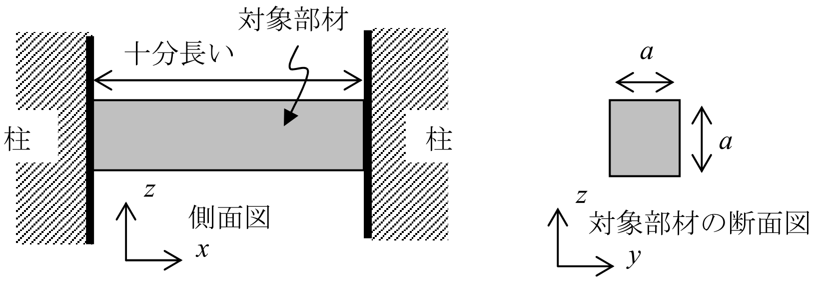
セメントの水和発熱にともなうコンクリート構造物の熱伝導・熱応力・温度ひび割れに関する問題演習

例題１：水和発熱と熱伝導解析

図－１の部材にコンクリートを打設する．打込み後の部材の温度（断面内に一様な温度分布とする）の経時変化を計算せよ．

単位セメント量：C=400kg/m^3
単位水量：W=170kg/m^3
断面寸法：a=1000mm
コンクリート初期温度：20℃
外気温：20℃



図－1　対象部材

以下の仮定を用いてよい．

- 部材は断面寸法に比べて十分長いので，軸方向の熱伝導は考慮しなくてよい．
- 本問題では，部材断面内の温度分布は無視し，断面内に一様な温度分布とする．したがって，部材内部での熱伝導を計算する必要はなく，部材断面を一要素とみなし，表面における外部との流出入のみ考慮すればよい．
- 表面における熱流束は以下により表される．

$$q = \alpha\left(T - T_{ext}\right)$$

q：熱流束（流出を正とした）[J/m^2/day]
α：表面熱伝達係数，1.0×10^6[J/m^2/℃/day]とする．
T：部材温度[℃]
T_{ext}：外部温度[℃]

- コンクリートの発熱特性（断熱温度上昇曲線）は以下のモデルを用いる．

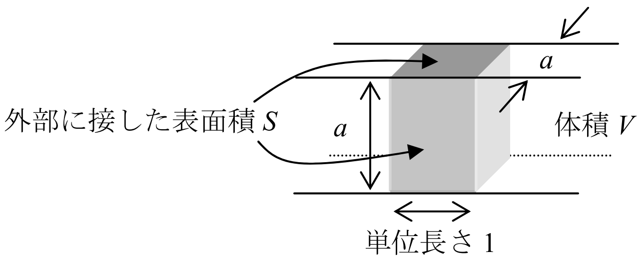
$$Q(t) = Q_\infty\left(1 - e^{-rt}\right)$$

$Q(t)$：打込みから時間 t[day]経過後の断熱温度上昇量[℃]
Q_∞：終局断熱温度上昇量[℃]，Q_∞=0.1C+13.0（C は単位セメント量）とする．
r：定数 1.0[/day]とする．

- コンクリートの比熱 c は 1200[J/kg/℃]とする．
- コンクリートの密度 ρ は 2200[kg/m^3]とする．

例題１の解答：

計算仮定より，**図－２**のような単位長さ（1m）の部材断面を考えればよい．（体積は V=1m^3，外部に接した表面積は S=4m^2 となる．）この部分の熱収支を適当な時間ステップごとに順次計算すれば，断面の平均温度の経時変化が得られる．



図－２　計算要素

時間：t_i[day]

時間 t_i における断熱温度上昇量：$Q(t_i)$[℃]

時間 t_i における積算生成熱エネルギー：$E_1(t_i)=V\cdot c\cdot \rho\cdot Q(t_i)$[J]

時間ステップ t_{i-1}～t_i における生成熱エネルギー：$\Delta E_1(t_i)=E_1(t_i)-E_1(t_{i-1})$[J]

時間ステップ t_{i-1}～t_i における流出熱エネルギー：$\Delta E_2(t_i)=S\cdot q(t_i)\cdot \Delta t=S\cdot \alpha\cdot (T(t_{i-1})-T_{ext})\cdot (t_i-t_{i-1})$[J]

時間ステップ t_{i-1}～t_i における熱エネルギー収支：$\Delta E(t_i)=\Delta E_1(t_i)-\Delta E_2(t_i)$[J]

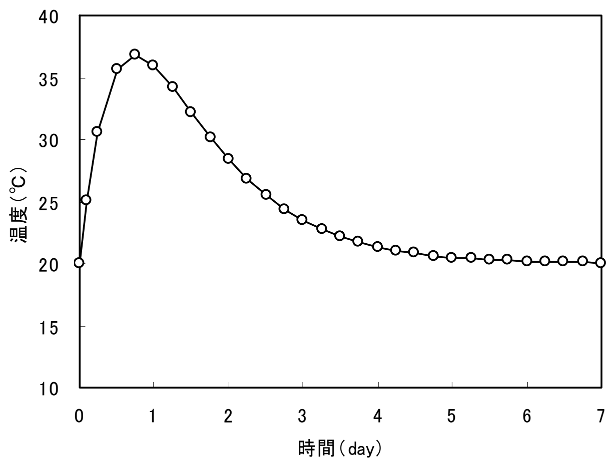
時間ステップ t_{i-1}～t_i における温度変化量：$\Delta T(t_i)=\Delta E(t_i)/c/\rho/V$[℃]

時間 t_i における温度：$T(t_i)=T(t_{i-1})+\Delta T(t_i)$[℃]

を順次計算すると以下のようになる．

ti	Q(ti)	E1(ti)	ΔE1(ti)	q(ti)	ΔE2(ti)	ΔE(ti)	ΔT(ti)	T(ti)
0.00	0.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.000	20.00
0.10	5.04	1.33E+07	1.33E+07	0.00E+00	0.00E+00	1.33E+07	5.044	25.04
0.25	11.72	3.10E+07	1.76E+07	5.04E+06	3.03E+06	1.46E+07	5.534	30.58
0.50	20.85	5.51E+07	2.41E+07	1.06E+07	1.06E+07	1.35E+07	5.124	35.70
0.75	27.96	7.38E+07	1.88E+07	1.57E+07	1.57E+07	3.07E+06	1.163	36.86
1.00	33.50	8.84E+07	1.46E+07	1.69E+07	1.69E+07	−2.24E+06	−0.850	36.01
1.25	37.82	9.98E+07	1.14E+07	1.60E+07	1.60E+07	−4.63E+06	−1.753	34.26
1.50	41.17	1.09E+08	8.87E+06	1.43E+07	1.43E+07	−5.39E+06	−2.043	32.22
1.75	43.79	1.16E+08	6.91E+06	1.22E+07	1.22E+07	−5.31E+06	−2.012	30.21
2.00	45.83	1.21E+08	5.38E+06	1.02E+07	1.02E+07	−4.83E+06	−1.829	28.38
2.25	47.41	1.25E+08	4.19E+06	8.38E+06	8.38E+06	−4.19E+06	−1.587	26.79
2.50	48.65	1.28E+08	3.26E+06	6.79E+06	6.79E+06	−3.53E+06	−1.337	25.45
2.75	49.61	1.31E+08	2.54E+06	5.45E+06	5.45E+06	−2.91E+06	−1.104	24.35
3.00	50.36	1.33E+08	1.98E+06	4.35E+06	4.35E+06	−2.37E+06	−0.898	23.45

・・・以下略・・・



図－３　部材の温度の経時変化

例題２：外部拘束による熱応力とひび割れ予測

例題１の部材に導入される熱応力の経時変化を計算し，温度ひび割れの発生について検討せよ．コンクリートの発熱特性，熱伝導に関する条件は例題１と同じとする．拘束条件は，部材の両端は変位が完全に固定されているものとする．材料特性は以下を用いてよい．

- 各材齢におけるコンクリートの弾性係数 $E_c(t)$は，以下により算定してよい．

$$E_c(t) = E_{co}\left(1 - e^{-bt}\right)$$

E_{co}：弾性係数の終局値，E_{co}=8500$f'_c{}^{1/3}$[N/mm^2]で算定してよい．f'_cは標準養生供試体の圧縮強度でありf'_c=－18+30C/W[N/mm^2]としてよい．

b：定数，0.5[/day]とする．

t：材齢[day]

- 各材齢におけるコンクリートの引張強度$f_t(t)$は，以下により算定してよい．

$$f_t(t) = f_{to}\left(1 - e^{-dt}\right)$$

f_{to}：引張強度の終局値，f_{to}=0.23$f'_c{}^{2/3}$[N/mm^2]で算定してよい．f'_cは標準養生供試体の圧縮強度でありf'_c=－18+30C/W[N/mm^2]としてよい．

d：定数，0.3[/day]とする．

t：材齢[day]

- コンクリートの線膨張係数 β は終始 1.0×10^{-5}[/℃]としてよい．

例題２の解答：

計算仮定より，断面を一要素（温度，ひずみ，応力とも断面内で一様）と考えてよい．

$\varepsilon_T(t_i)= \beta\cdot(T(t_i)-T_o)$

$\varepsilon_T(t_i)$：時間 t_iにおける温度ひずみ

β：線膨張係数[/℃]

T_o：初期温度[℃]

弾性係数が時間にともない変化するので，応力は時間ステップに区切って増分計算を行わなければならない．

$\sigma(t_i)= \sigma(t_{i-1})+\Delta\sigma(t_i)$

$\sigma(t_i)$：時間 t_iにおける応力（N/mm^2）

$\sigma(t_{i-1})$：時間 t_{i-1}における応力（N/mm^2）

$\Delta\sigma(t_i)$：時間 t_{i-1}から t_iの間における応力の増分（N/mm^2）

各時間ステップにおける応力の増分は以下のように表される．

$\Delta\sigma(t_i)=E_c(t_i)\cdot(\Delta\varepsilon(t_i)-\Delta\varepsilon_T(t_i))$

$E_c(t_i)$：時間 t_iにおける弾性係数（N/mm^2）

$\Delta\varepsilon(t_i)$：時間 t_{i-1}から t_iの間におけるひずみの増分

$\Delta\varepsilon_T(t_i)$：時間 t_{i-1}から t_iの間における温度ひずみの増分

（=$\beta\cdot\Delta T(t_i)$，ここに$\Delta T(t_i)$は時間 t_{i-1}から t_iの間における温度の増分である）

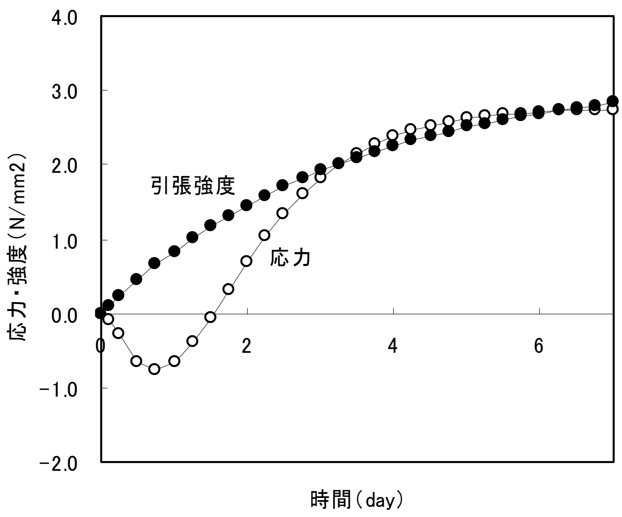
本問題では，変位が完全拘束されている（$\varepsilon(t_i)=0$）ので応力の増分は$\Delta\sigma(t_i)=-E_c(t_i)\cdot\Delta\varepsilon_T(t_i)$となる．

ひび割れの判定は，各時間ステップにおいて導入される引張応力$\sigma(t_i)$とその時点におけるコンクリートの引張強度$f_t(t_i)$の比較を行えばよい．

例題１と同様，適当な時間ステップに区切って逐次計算を行えばよい．計算結果は以下のようになる．熱伝導解析の結果は例題１と同じなので省略する．

ti	T(ti)	εT(ti)	ΔεT(ti)	Ec(ti)	Δσ(ti)	σ(ti)	ft(ti)
0.00	20.00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00	0.00	0.00
0.10	25.04	5.04E−05	5.04E−05	1.55E+03	−7.83E−02	−0.08	0.10
0.25	30.58	1.06E−04	5.53E−05	3.74E+03	−2.07E−01	−0.29	0.23
0.50	35.70	1.57E−04	5.12E−05	7.04E+03	−3.61E−01	−0.65	0.45
0.75	36.86	1.69E−04	1.16E−05	9.96E+03	−1.16E−01	−0.76	0.65
1.00	36.01	1.60E−04	−8.50E−06	1.25E+04	1.07E−01	−0.66	0.84
1.25	34.26	1.43E−04	−1.75E−05	1.48E+04	2.59E−01	−0.40	1.01
1.50	32.22	1.22E−04	−2.04E−05	1.68E+04	3.43E−01	−0.05	1.17
1.75	30.21	1.02E−04	−2.01E−05	1.86E+04	3.74E−01	0.32	1.32
2.00	28.38	8.38E−05	−1.83E−05	2.01E+04	3.68E−01	0.69	1.46
2.25	26.79	6.79E−05	−1.59E−05	2.15E+04	3.41E−01	1.03	1.58
2.50	25.45	5.45E−05	−1.34E−05	2.27E+04	3.04E−01	1.33	1.70
2.75	24.35	4.35E−05	−1.10E−05	2.38E+04	2.63E−01	1.60	1.81
3.00	23.45	3.45E−05	−8.98E−06	2.47E+04	2.22E−01	1.82	1.92
3.25	22.73	2.73E−05	−7.24E−06	2.56E+04	1.85E−01	2.00	2.01
3.50	22.15	2.15E−05	−5.79E−06	2.63E+04	1.52E−01	2.16	2.10
3.75	21.69	1.69E−05	−4.60E−06	2.70E+04	1.24E−01	2.28	2.18
4.00	21.33	1.33E−05	−3.64E−06	2.75E+04	1.00E−01	2.38	2.26

・・・以下略・・・



図－４　部材に導入される応力とコンクリートの引張強度の経時変化

計算される応力とコンクリートの引張強度の経時変化は，**図－４**のようになる．計算の結果，打込みから 3.5 日に引張応力が引張強度を上回り，ひび割れが発生することが予測される．

レポート課題

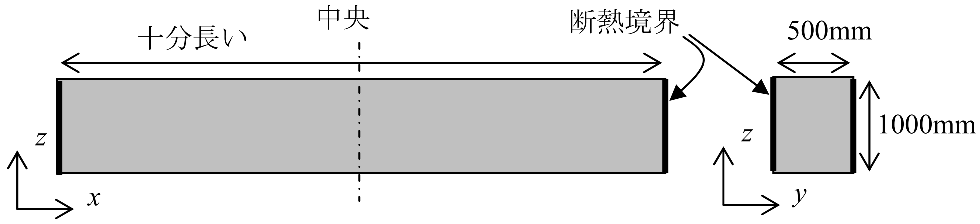
問題１：例題とその他の条件が同じで，部材寸法が a=500mm, 1500mm である場合の温度変化を計算し，初期温度を 20℃として描いた断熱温度上昇曲線と同一グラフ上にプロットし，断面寸法が大きいほど温度上昇が大きく，断熱温度上昇曲線に近づくことを確認せよ．

問題２：例題とその他の条件が同じで，以下の条件を変えた場合，温度ひび割れの危険性がどうなるか検討せよ．計算結果とともに答えよ．

① 単位セメント量を 550 kg/m^3 にする（水セメント比はそのまま）
② 打込み前のコンクリートを冷却し、初期温度を 3℃にする。（プレクーリング工法という）
③ 断熱効果の高い型枠を存置する．（α =0.1×10^6[J/m^2/℃/day]とする．）
④ 低発熱セメントを用いる．（Q_∞=0.08C（C は単位セメント量）とする．）

問題３：内部拘束による応力

図－５に示す，周囲が外部からまったく拘束されていない部材に，**表－１**の強度発現性状を有したコンクリートを打設する．部材の表面のいくつかは断熱材で被覆されており，z 方向（上下方向）にのみ熱移動が生じるようになっている．（すなわち x 方向，y 方向には温度勾配は生じない．）熱伝導解析を行い，打設後の温度分布の経時変化を予測したところ，**表－２**の結果が得られたという．表のデータは，打設後各時間における，各位置の温度である．部材内の温度分布は上下対称であるので，上半分のみ示した．部材断面内の応力（x 方向直応力）分布の経時変化を計算し，ひび割れ発生について検討せよ．



図－５　対象部材

表－１　コンクリートの物性の経時変化

時間（hr）	弾性係数（N/mm^2）	引張強度（N/mm^2）	線膨張係数（／℃）
0	——	——	——
6	10000	0.2	10×10^{-6}
12	15000	0.5	
18	17000	0.8	
24	18000	1.0	
36	20000	1.4	
48	22000	1.7	
60	22500	1.9	
72	23000	2.0	
96	23000	2.0	

表－２　部材断面内の温度分布の経時変化

時間(hr)→		0	6	12	18	24	36	48	60	72	96
上縁からの距離(mm)の各位置における温度(℃)	0～100mm	20	22	26	28	27	24	22	20	20	20
	100～200mm	20	23	28	33	33	31	27	24	22	21
	200～300mm	20	23	30	38	40	38	33	29	26	23
	300～400mm	20	23	31	41	45	44	39	34	30	25
	400～500mm	20	23	32	43	48	48	44	39	34	27

【ヒント】

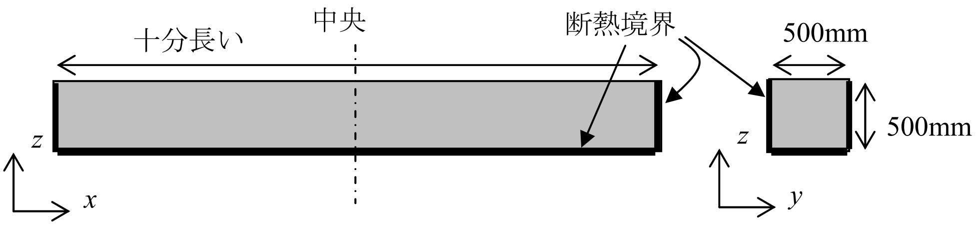
◆　はり理論に基づき計算する．

◆　温度，ひずみ，応力は上下対称に分布するから，曲率，モーメントは 0.

◆　断面内の軸方向直応力 $\sigma_{x(z,ti)}$ の合力は $N_{x(ti)}=\int_A \sigma_{x(z,ti)} dA$. 外部から拘束を受けないから常に $N_{x(ti)}=0$. よってその時間増分 $\Delta N_{x(ti)}=\int_A \Delta\sigma_{x(z,ti)} dA$ も 0.

問題４：部材の熱変形

問題３の部材の上半分のみを取り出し，下面を断熱材で覆った部材（**図－６**）に同じコンクリートを打設する．両端から十分に離れた断面内の応力分布，曲率の経時変化を計算せよ．またひび割れ発生について検討を行え．温度分布の経時変化は**表－２**と同じとする．部材の自重は無視する．



図－６　対象部材

【ヒント】

◆　はり理論を用いる．

◆　外部から拘束を受けないから，断面内の軸方向直応力 $\sigma_{x(z,ti)}$ の合力 $N_{x(ti)}=\int_A \sigma_{x(z,ti)} dA$，モーメント $M_{x(ti)}=\int_A z\sigma_{x(z,ti)} dA$ はともに常に 0．それらの時間増分も常に 0.

問題５：内部拘束と外部拘束の複合

問題３の部材の両端の変位が完全に拘束されている場合について，断面内の応力分布の経時変化を計算し，ひび割れ発生について検討せよ．

【ヒント】

◆　変形が完全拘束（$\varepsilon_{(ti)}=0$）されているので，実は最も計算が易しい．

提出期限：　月　日の講義の時間