

セメントの水和発熱にともなうコンクリート構造物の
熱伝導・熱応力・温度ひび割れに関する問題演習

問題 1：例題とその他の条件が同じで、部材寸法が $a=500\text{mm}$, 1500mm である場合の温度変化を計算し、初期温度を 20°C として描いた断熱温度上昇曲線と同一グラフ上にプロットし、断面寸法が大きいほど温度上昇が大きく、断熱温度上昇曲線に近づくことを確認せよ。

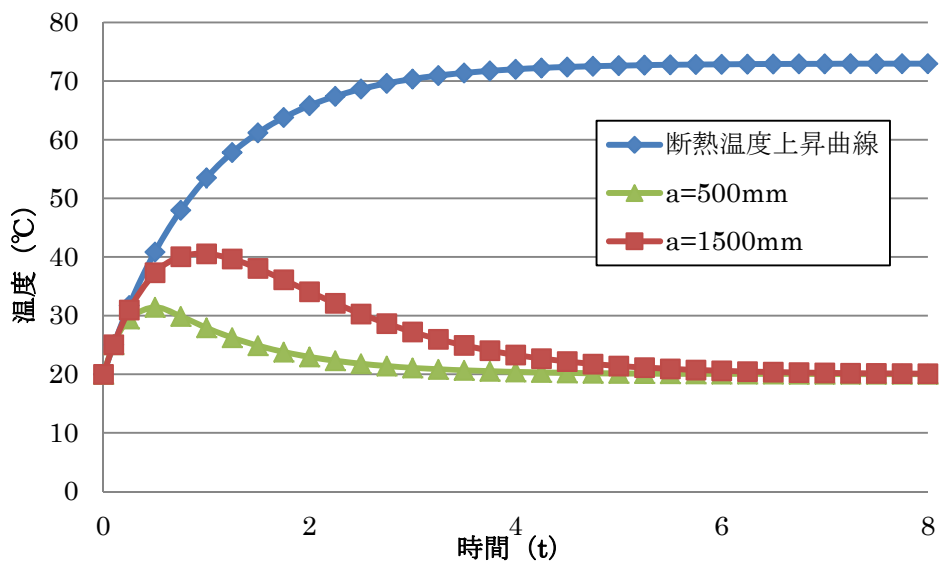


図-1 断熱温度上昇曲線と各断面寸法の温度上昇

問題 2：例題とその他の条件が同じで、以下の条件を変えた場合、温度ひび割れの危険性がどうなるか検討せよ。計算結果とともに答えよ。

① 単位セメント量を 550kg/m^3 にする（水セメント比はそのまま）

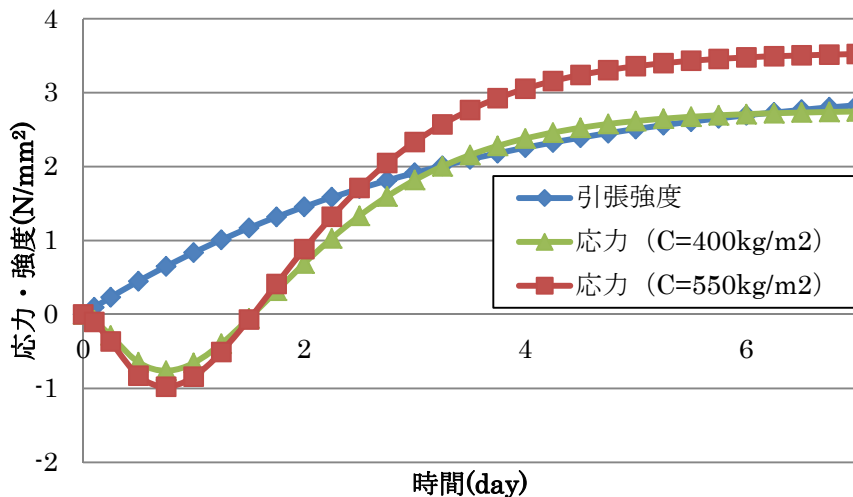


図-2 引張強度と応力の経時変化

図-2 に単位セメント量 $400, 550\text{kg/m}^3$ の引張強度と応力の経時変化を示す。水セメント比は等しいため、双方の引張強度の結果に相違は見られない。応力に関してはともに引張強度を上回っているが、単位セメント量 550kg/m^3 の方がより大きく上回っており、また引張強度を上回る時間も早いから、ひび割れ発生の可能性が高いと言える。

② 打込み前のコンクリートを冷却し、初期温度を 3°C にする。(プレクーリング工法という)

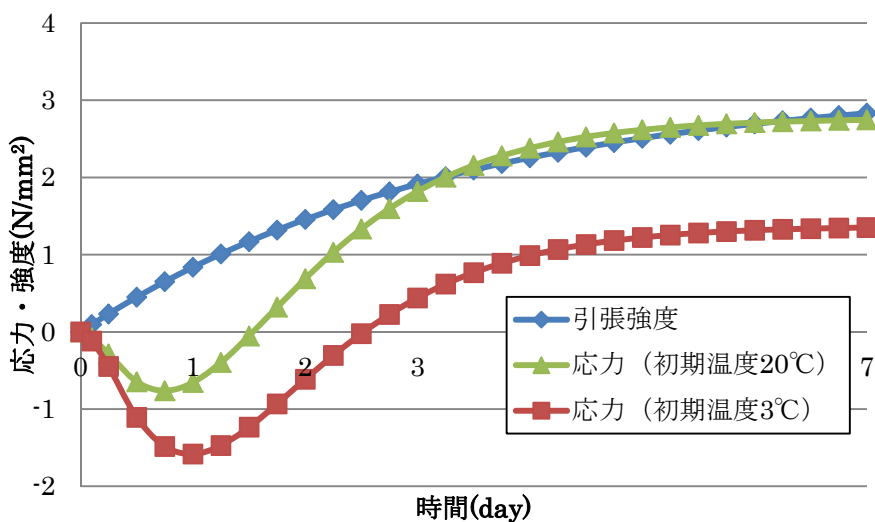


図-3 引張強度と応力の経時変化

図-3 に初期温度が 3, 20℃の引張強度と応力の経時変化を示す. 初期温度 20℃の場合は応力が引張強度を上回っているが, 初期温度 3℃の場合は上回っていないため, 初期温度 3℃の方がひび割れ発生の可能性が低いと言える. この結果から, プレクーリング等により初期温度を低下させることが温度応力の低下に効果的であることが確認できる.

③ 断熱効果の高い型枠を存置する. ($\alpha=0.1 \times 10^6 [\text{J}/\text{m}^2/^\circ\text{C}/\text{day}]$ とする.)

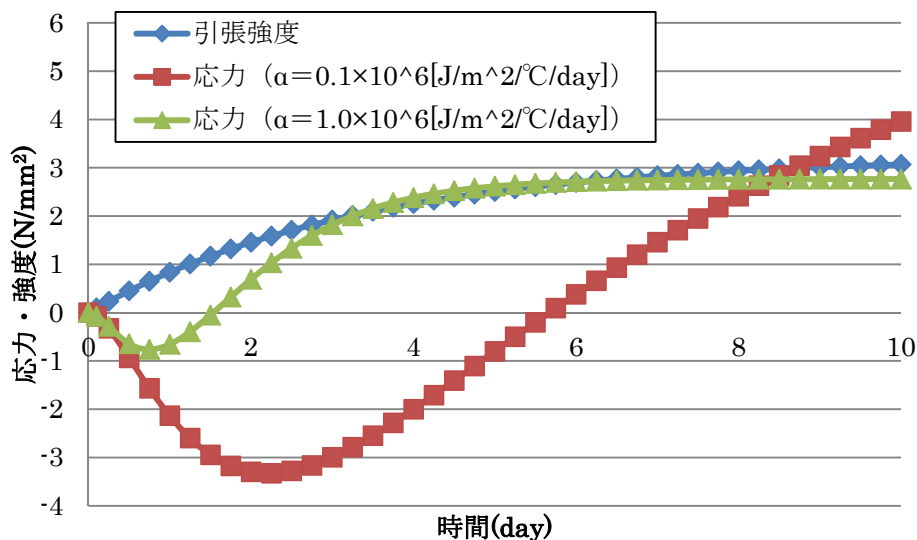


図-4 引張強度と応力の経時変化

図-4 に断熱効果の高い型枠を存置した場合 ($\alpha=0.1 \times 10^6 [\text{J}/\text{m}^2/^\circ\text{C}/\text{day}]$) と, 存置しない場合 ($\alpha=1.0 \times 10^6 [\text{J}/\text{m}^2/^\circ\text{C}/\text{day}]$) の引張強度と応力の経時変化を示す. 断熱効果の高い型枠を用いる場合は, 材齢初期での応力が大きく低下しているが, 最終的に応力が引張強度を上回ることが確認できる. したがって, 断熱効果の高い型枠を用いる場合のほうがひび割れが発生する可能性が高いと言える.

④ 低発熱セメントを用いる. ($Q_{\infty}=0.08C$ (Cは単位セメント量とする.)

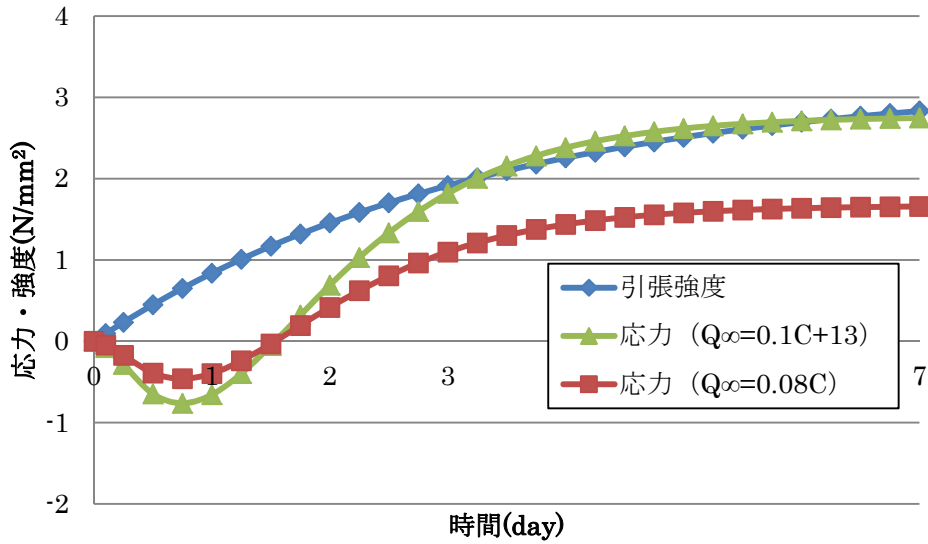


図-5 引張強度と応力の経時変化

図-5 に低発熱セメントを用いる場合 ($Q_{\infty}=0.08C$) と普通セメントを用いる場合 ($Q_{\infty}=0.1C+13$) の場合の引張強度と応力の経時変化を示す. 普通セメントの方の応力は引張強度を上回っているが, 低発熱セメントの方の応力は引張強度を上回っていないため, 低発熱セメントを用いる場合では, ひび割れ発生の可能性が低いと言える. また, 低発熱セメントの使用が温度応力の低減が効果的であることが確認できる.

問題 3 : 内部拘束による応力

図-6 に示す、周囲が外部からまったく拘束されていない部材に、表-1 の強度発現性状を有したコンクリートを打設する。部材の表面のいくつかは断熱材で被覆されており、z 方向（上下方向）にのみ熱移動が生じるようになっていいる。（すなわち x 方向、y 方向には温度勾配は生じない。）熱伝導解析を行い、打設後の温度分布の経時変化を予測したところ、表-2 の結果が得られたという。表のデータは、打設後各時間における、各位置の温度である。部材内の温度分布は上下対称であるので、上半分のみ示した。部材断面内の応力（x 方向直応力）分布の経時変化を計算し、ひび割れ発生について検討せよ。

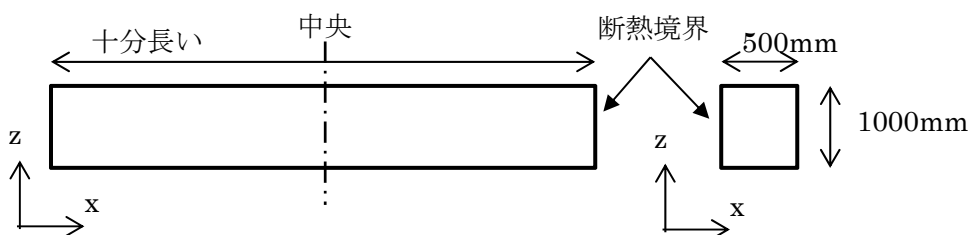


図-6 対象部材

表-1 コンクリートの物性の経時変化

時間(hr)	弾性係数(N/mm ²)	引張強度(N/mm ²)	線膨張係数(1/°C)
0	--	--	--
6	10000	0.2	10×10 ⁻⁶
12	15000	0.5	
18	17000	0.8	
24	18000	1.0	
36	20000	1.4	
48	22000	1.7	
60	22500	1.9	
72	23000	2.0	
96	23000	2.0	

表-2 部材断面の温度分布の経時変化

時間(hr)→		0	6	12	18	24	36	48	60	72	96
上縁からの距離(mm)の各位置における温度(°C)	0-100mm	20	22	26	28	27	24	22	20	20	20
	100-200mm	20	23	28	33	33	31	27	24	22	21
	200-300mm	20	23	30	38	40	38	33	29	26	23
	300-400mm	20	23	31	41	45	44	39	34	30	25
	400-500mm	20	23	32	43	48	48	44	39	34	27

温度，ひずみ，応力は上下対称に分布するので，曲率，モーメントは0になる。

各位値のひずみは軸線上のひずみに等しいため，

$$\varepsilon_x(z, ti) = \varepsilon_0(ti) \quad \dots (1)$$

$$\text{各位値の温度ひずみ} : \varepsilon_{xt}(z, ti) = \alpha \cdot T(z, ti) \quad \dots (2)$$

(T は初期からの温度変化)

各位値の応力の各時間ステップにおける変化量：

$$\Delta\sigma_x(z, ti) = E(ti)(\Delta\varepsilon_x(z, ti) - \Delta\varepsilon_{xt}(z, ti)) \quad \dots (3)$$

外部拘束を受けていないので，軸力は常に0，その各時間ステップにおける変化量も0：

$$\Delta N_x(ti) = b \int_0^{\frac{h}{2}} \Delta\sigma_x(z, ti) dz = 0 \quad \dots (4)$$

(1)(2)を各時間ステップにおける変化量の関係式に直して(3)に代入すると，

$$\Delta\sigma_x(z, ti) = E(ti)(\Delta\varepsilon_0(ti) - \alpha\Delta T(z, ti)) \quad \dots (5)$$

(5)を(4)に代入して整理すると，

$$\Delta\varepsilon_0(ti) = \frac{2\alpha}{h} \int_0^{\frac{h}{2}} \Delta T(z, ti) dz \quad \dots (6)$$

(6)式により各時間ステップにおける軸線ひずみの変化量 $\Delta\varepsilon_0(ti)$ を求め，(5)に代入すると各位値の応力の各時間ステップにおける変化量が求まる。これを，時間積分すれば（時間ステップごとの変化量を足し合わせれば），各時間における各位値の応力を求めることができる。

$$\sigma_x(z, ti) = \sum_{j=0}^i \Delta\sigma_x(z, tj) \quad (7)$$

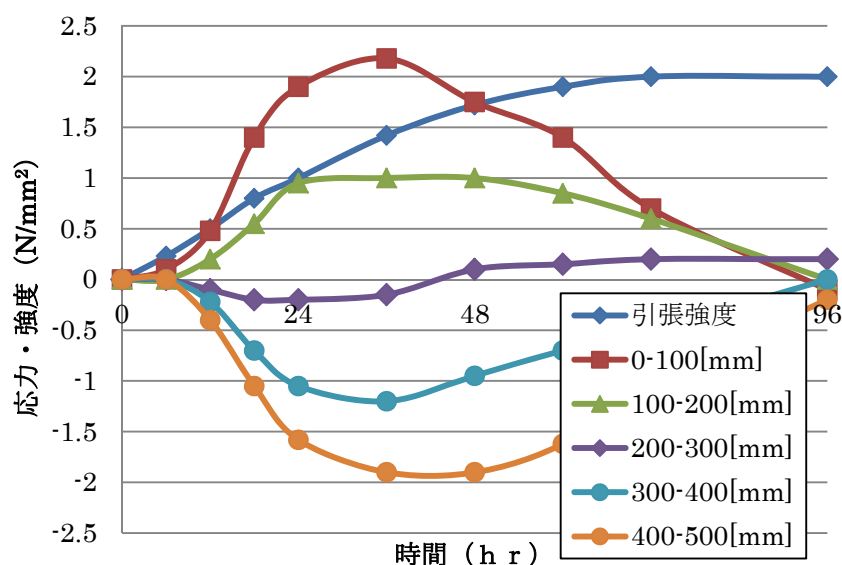


図-7 引張強度と応力の経時変化

図-7 に部材断面内の引張強度と応力の経時変化を示す。上縁からの距離が 0~100mm の位置において、12~48hr の時点で引張強度を上回っており、上縁からの距離が深くなるにつれて導入される圧縮応力が大きくなり、安全側を示す結果となった。したがって、上縁付近でのひび割れ発生の可能性が高いと言える。

問題 4 : 部材の熱変形

問題 3 の部材の上半分のみを取り出し、仮面を断熱材で覆った部材 (図-8) に同じコンクリートを打設する。両端から十分に離れた断面内の応力分布、曲率の経時変化を計算せよ。またひび割れ発生について検討を行え。温度分布の経時変化は表-2 と同じとする。部材の自重は無視する。

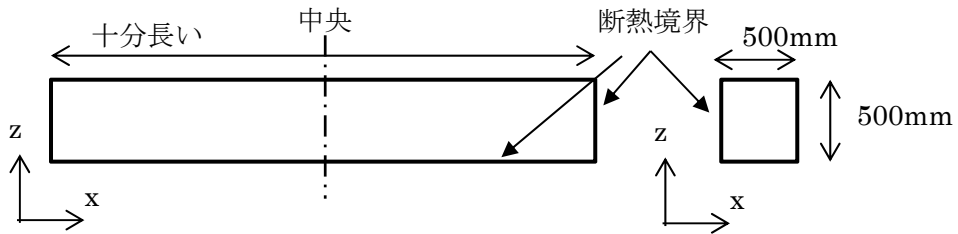


図-8 対象部材

軸線上のひずみを $\varepsilon_0(ti)$ 、断面の曲率を $\phi(ti)$ とすると、各位置のひずみは、

$$\varepsilon_x(z, ti) = \varepsilon_0(ti) + z \cdot \phi(ti) \quad \dots (8)$$

となる。

$$\text{各位置の温度ひずみ} : \varepsilon_{xt}(z, ti) = \alpha \cdot T(z, ti) \quad \dots (9)$$

(T は初期からの温度変化)

各位置の応力の各時間ステップにおける変化量 :

$$\Delta\sigma_x(z, ti) = E(ti)(\Delta\varepsilon_x(z, ti) - \Delta\varepsilon_{xt}(z, ti)) \quad \dots (10)$$

外部拘束を受けていないので、軸力、モーメントは常に 0、それらの各時間ステップにおける変化量も 0 であるため、

$$\Delta N_x(ti) = b \int_0^{\frac{h}{2}} \Delta\sigma_x(z, ti) dz = 0 \quad \dots (11)$$

$$\Delta M(ti) = b \int_0^{\frac{h}{2}} \Delta\sigma_x(z, ti) z dz = 0 \quad \dots (12)$$

と表せる。

(8)(9)を各時間ステップにおける変化量の関係式に直して(10)に代入すると、

$$\Delta\sigma_x(z, ti) = E(ti)(\Delta\varepsilon_0(ti) + z \cdot \Delta\phi(ti) - \alpha\Delta T(z, ti)) \quad \dots (13)$$

(13)を(11)(12)に代入すると、

$$\frac{h}{2}\Delta\varepsilon_0(ti) + \frac{h^2}{8}\Delta\phi(ti) - \alpha \int_0^{\frac{h}{2}} \Delta T(z, ti) dz = 0 \quad \dots (14)$$

$$\frac{h^2}{8}\Delta\varepsilon_0(ti) + \frac{h^3}{24}\Delta\phi(ti) - \alpha \int_0^{\frac{h}{2}} \Delta T(z, ti) z dz = 0 \quad \dots (15)$$

となる。

(14)(15)式により各時間ステップにおける軸線ひずみの変化量 $\Delta\varepsilon_0(ti)$ と断面の曲率の変化量 $\Delta\phi(ti)$ を求め、(13)に代入すると各位置の応力の各時間ステップにおける変化量が求まる。

これを、時間積分すれば（時間ステップごとの変化量を足し合わせれば）、各時間における各位置の応力と曲率を求めることができる。

したがって、応力は、

$$\sigma_x(z, ti) = \sum_{j=0}^i \Delta\sigma_x(z, tj) \quad \dots (16)$$

となり、曲率は、

$$\phi(ti) = \sum_{j=0}^i \Delta\phi(tj) \quad \dots (17)$$

となる。

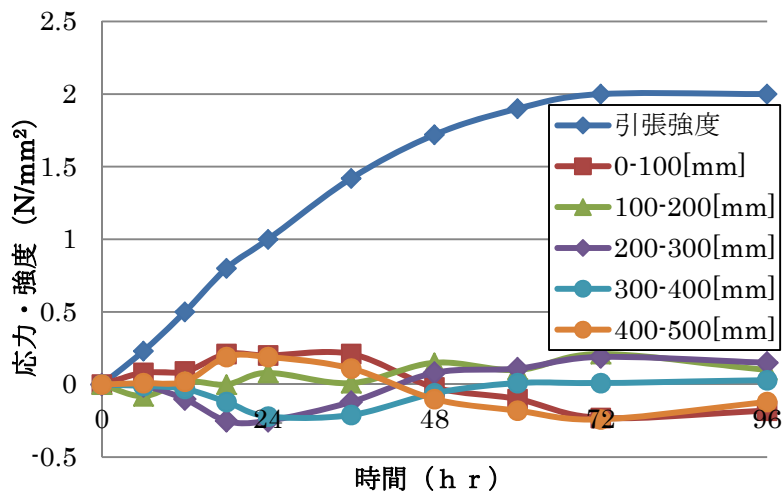


図-8 引張強度と応力の経時変化

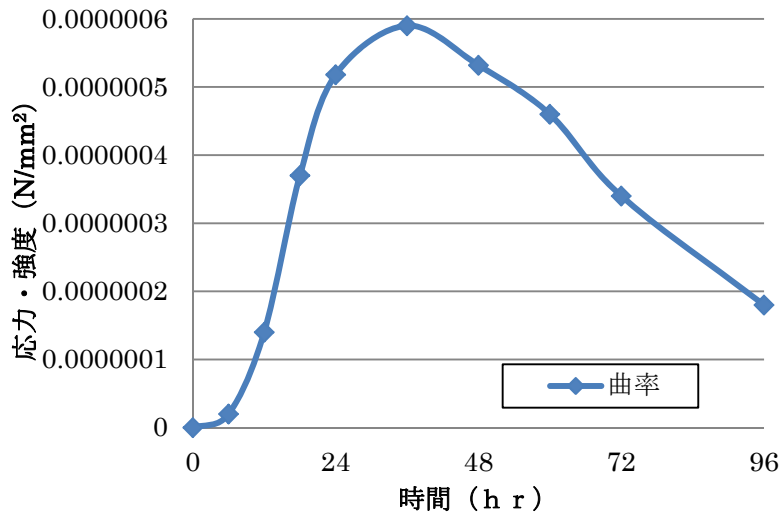


図-9 曲率の経時変化

図-8 に部材断面内の引張強度と応力の経時変化を，図-9 に曲率の経時変化を示す．図-8 の結果から，部材断面内の応力はいずれも引張強度を大きく下回っているため，ひび割れ発生の可能性は低いと言える．

問題 5 : 内部拘束と外部拘束の複合

問題 3 の部材の両端の変位が完全に拘束されている場合について，断面内の応力分布の経時変化を計算し，ひび割れ発生について検討せよ．

温度，ひずみ，応力は上下対称に分布するので，曲率，モーメントは 0 になる．

完全拘束なので各位値のひずみは常に 0 であるため，

$$\varepsilon_x(z, ti) = 0 \quad \dots (18)$$

$$\text{各位値の温度ひずみ} : \varepsilon_{xt}(z, ti) = \alpha \cdot T(z, ti) \quad \dots (19)$$

(T は初期からの温度変化)

各位値の応力の各時間ステップにおける変化量：

$$\Delta\sigma_x(z, ti) = E(ti)(\varepsilon_x(z, ti) - \Delta\varepsilon_{xt}(z, ti)) \quad \dots (20)$$

(18)(19)を各時間ステップにおける変化量の関係式に直して(20)に代入すると，

$$\Delta\sigma_x(z, ti) = E(ti)(-\alpha\Delta T(z, ti)) \quad \dots (21)$$

これを，時間積分すれば（時間ステップごとの変化量を足し合わせれば），各時間における各位値の応力を求めることができる．

$$\sigma_x(z, ti) = \sum_{j=0}^i \Delta\sigma_x(z, tj) \quad \dots (22)$$

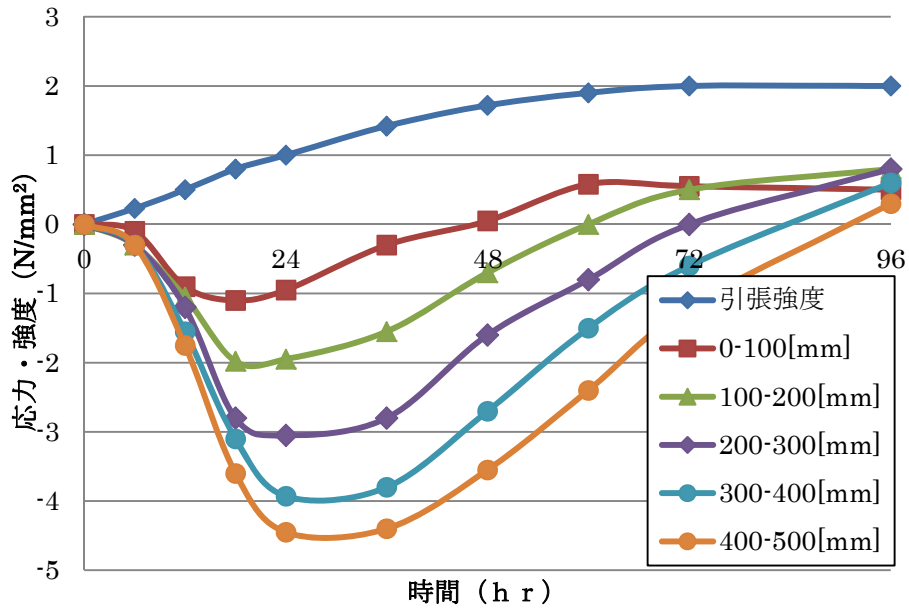


図-10 引張強度と応力の経時変化

図-10 に部材断面内の引張強度と応力の経時変化を示す。いずれも初期の温度上昇時点で圧縮応力が発生していることがわかる。時間が48hrを超えると、応力は引張側に転じているが、その大きさが引張強度を上回ることはないため、ひび割れ発生の可能性は低いと言える。